

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS
Programa de Doctorado en Ciencias Económicas

NECESIDADES, CONSUMO DE SUBSISTENCIA Y POBREZA
Tesis para optar el Título de Doctor en Ciencias Económicas

MANUEL MUÑOZ CONDE

Bogotá, julio de 2004

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS
Programa de Doctorado en Ciencias Económicas

NECESIDADES, CONSUMO DE SUBSISTENCIA Y POBREZA
Tesis para optar el Título de Doctor en Ciencias Económicas

MANUEL MUÑOZ CONDE

DIRECTOR
JORGE IVÁN GONZÁLEZ B.

JURADOS
ORAZIO ATTANASIO
FEDERICO PERALI
MANUEL RAMÍREZ G.

Bogotá, julio de 2004

*A Consuelo,
Manuel Andrés
y Ludy.....
que paciencia.*

AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer, por todo el apoyo que me dio, a la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Colombia sin el cual esta investigación no hubiese podido llevarse a cabo.

A Jorge Iván González, por su acertada dirección y a los jurados lectores empezando por Manuel Ramírez, cuyos comentarios y sugerencias fueron muy importantes, Orazio Attanasio y Federico Perali con cuyos comentarios se abren nuevas perspectivas de investigación para los temas aquí abordados.

Debo mencionar, también, a Daniel Weserbs director de la pasantía en la Universidad Católica de Lovaina (La Nueva), que impulsó y apoyó inicialmente, la elaboración del Capítulo sobre los determinantes de los ingresos y gastos de los hogares, y a Alberto Supelano quien leyó este capítulo, e hizo sugerencias que indudablemente mejoraron sustancialmente la calidad de su contenido. También a La Universidad de Alcalá de Henares y el Director de su Departamento de Economía, Carlos Mario Gómez, por su acogida y facilitación de todos los medios para desarrollar la primera parte del capítulo de escalas equivalentes y permitirme exponerlo ante los estudiantes de esa Universidad.

Agradezco también a los diferentes coordinadores del Doctorado de Ciencias Económicas, especialmente a Clemente Forero, Astrid Martínez, Luis Aguilar y Jorge Iván Bula por su apoyo y estímulo en estos años.

A mis estudiantes, en particular a los que han tomado el Seminario “Análisis Empírico de la Teoría del Consumidor”, con quienes he intercambiado ideas sobre los temas aquí tratados. También a Guillermo Rivas, Omaira Ramírez, Claudia Niño y Francisco Lasso quienes al darme confianza para dirigirles sus diferentes trabajos de grado sobre temas afines a los aquí tratados, me permitieron avanzar en mi propia investigación.

También a mis compañeros en el Doctorado, quienes me escucharon en varias ocasiones dándome luces con sus comentarios y sugerencias.

A Clara Ramírez, quien logró que la redacción final de este trabajo mejorara sustancialmente.

Finalmente quiero agradecer muy especialmente a Yadira Luna, ya que su apoyo y estímulo constantes fueron fundamentales en la culminación de este trabajo.

NECESIDADES, CONSUMO DE SUBSISTENCIA Y POBREZA
Tesis para optar el Título de Doctor en Ciencias Económicas

Por Manuel Muñoz C.

Resumen

La tesis trata temas que tienen que ver con los principales parámetros con los cuales se calcula la pobreza y la forma cómo ellos pueden ser estimados.

Básicamente se exponen las diferentes formas en que se puede estimar los gastos de subsistencia de un hogar y la forma cómo éstos pueden variar de acuerdo con la composición demográfica del hogar, especialmente porque las necesidades son diferentes, por ejemplo entre niños y adultos, y por la existencia de economías de escala en consumo.

Inicialmente se hace una discusión sobre el concepto de necesidad y de necesidad básica y su relación con el concepto de subsistencia, luego se limitan las necesidades a aquellas que se pueden identificar como materiales y que se satisfacen, en general, a través del consumo, con lo cual se introduce una discusión sobre la teoría económica marshalliana del consumidor y su relación con la satisfacción de las necesidades y, por último se muestra como podría estimarse gastos de subsistencia, equivalencia adulto, y economías de escala con el análisis de comportamiento, a través de ecuaciones de demanda.

La tesis se divide en tres capítulos, en el primero se analizan los determinantes de los ingreso y gastos de los hogares; en este capítulo además de tener en cuenta las variables tradicionales, se introducen algunas adicionales con el fin de probar algunas hipótesis como la de Dusemerry y otras relacionadas con la variabilidad del ingreso de los hogares. En el segundo, se hacen las estimaciones clásicas de escalas de equivalencia y economías de escala, encontrando algunos resultados contradictorios, especialmente en la estimación de adulto equivalente. En el tercer capítulo se propone una nueva metodología de estimación de este tipo de variables, utilizando el concepto de solución de Shapley para juegos cooperativos. Esta metodología se prueba haciendo varios ejercicios cuyos resultados son promisorios.

Palabras clave: Pobreza, gastos de subsistencia, economías de escala, adulto equivalente.

Tabla de Contenido

I. Introducción	2
<i>I.1 Objetivos.....</i>	<i>5</i>
<i>I.2 Marco de Referencia General</i>	<i>6</i>
<i>I.3 Hipótesis.....</i>	<i>15</i>
<i>I.4 La metodología y sus problemas</i>	<i>15</i>
<i>I.5 Características de los hogares, demanda y comparaciones de bienestar de los hogares</i>	<i>24</i>
<i>I.6 La Información y su tratamiento</i>	<i>28</i>
II Determinantes del Ingreso y del Gasto Corriente de los Hogares	29
<i>II.1 Los ingresos esperados</i>	<i>30</i>
<i>II.2 El consumo total corriente</i>	<i>32</i>
<i>II.3 Variables de la ecuación de ingresos.....</i>	<i>33</i>
<i>II.4 Variables de la ecuación de gastos</i>	<i>34</i>
<i>II.5 Los resultados</i>	<i>36</i>
<i>Conclusiones del Capítulo.....</i>	<i>41</i>
III. Las escalas equivalentes aproximaciones y problemas	46
<i>III.1 Adulto Equivalente.....</i>	<i>46</i>
<i>III.2 Economías de escala.....</i>	<i>52</i>
<i>Conclusiones.....</i>	<i>55</i>
IV. Una Propuesta Alternativa.....	58
<i>IV.1 El Valor de Shapley.....</i>	<i>61</i>
<i>IV.2 Los ejercicios del “valor de Shapley” para escalas equivalentes: Adultos equivalente y Economías a escala en consumo.....</i>	<i>64</i>
<i>IV.3 Resultados</i>	<i>79</i>
<i>IV.3.2 Resultados con la agrupación HMANIB.....</i>	<i>82</i>
<i>El valor de Shapley para H y M.....</i>	<i>82</i>
<i>IV.4 Las Economías a Escala en Consumo.....</i>	<i>86</i>
<i>IV.5 Adulto equivalente y economías de escala con grupos de edad de 0 a 7 años, 8 a 17 años y mayores de 18 años</i>	<i>88</i>
V. Conclusiones	91
Bibliografía	95

Necesidades, consumo de subsistencia y pobreza

I. Introducción

Una de las preocupaciones centrales de los economistas es la de la satisfacción de las necesidades humanas, particularmente de las necesidades materiales. Un ejemplo de esta preocupación es la definición que de economía hace Alfred Marshall: “La economía política o economía es el estudio de las actividades del hombre en los actos corrientes de la vida; examina aquella parte de la acción individual y social que está íntimamente relacionada con la consecución y uso de los requisitos materiales del bienestar”¹

El bienestar tiene como requisito la satisfacción previa de necesidades que garanticen ciertas condiciones de vida al ser humano. Si bien el concepto de necesidad no es estrictamente económico, el requerimiento de satisfacción de necesidades materiales ha llevado a muchos economistas a investigar el concepto e incluso, a identificar necesidades. Esta búsqueda no se limita, ni se debe limitar, a las necesidades materiales. Pero concentrarse en ellas puede deberse, entre otros factores, a: i) al campo mismo de la economía, que se ocupa de la producción, la distribución y consumo de bienes materiales y ii) que, posiblemente, por una visión economicista, se considera que sin la satisfacción de ciertas necesidades materiales es difícil satisfacer necesidades más espirituales. Es interesante ver como estudiosos actuales citan el trabajo de Maslow como el análisis más célebre sobre necesidades básicas². En dicho trabajo³ Maslow distingue cinco necesidades dispuestas en una jerarquía de <<preponderancia>> i) necesidades fisiológicas, ii) necesidades de salud y seguridad, iii) necesidades de pertenencia y de amor, iv) necesidades de estima y v) necesidad de autorrealización. Al sentir los seres humanos hambre y sed de forma regular, afirma, la motivación fisiológica de conseguir alimentos y bebida será poderosísima. Sin embargo, una vez se sientan satisfechos, aparecen las restantes necesidades superiores y son éstas, y no el hambre, las que dominan el organismo. La

¹ Alfred Marshall, Principios de Economía, Aguilar, 1963, Madrid. Pag. 3. Versión en español del libro Principles of Economics de 1890.

² Doyal L. Y Gough I, Teoría de las necesidades humanas. Barcelona, 1994. Y Documento de trabajo de Des Gasper, enero de 1996: “Needs and Basic Needs: A clarification of meanings, levels and different streams of work”.

³ A. Maslow: A Theory of human motivation, 1943, Psychology Review. Citado por Des Gasper y Doyal y Gough.

siguiente necesidad en orden de importancia para los adultos -y todavía más para la infancia- será la de un mundo seguro, ordenado y sin imprevistos. Una vez alcanzados estos fines, dominan otras necesidades superiores, y así sucesivamente, hasta llegar finalmente a una motivación abierta de realización espiritual e intelectual.

De todas maneras hay una preocupación por definir necesidad, definición que va desde la mera supervivencia, pasando por la de Marshall, quien propone que lo necesario para un individuo, es lo que garantice que sea eficiente productivamente⁴, hasta llegar a la concepción de que la necesidad es todo aquello que evita perjuicios graves⁵ al individuo.

Otro aspecto es la forma como los individuos tratan de satisfacer sus necesidades materiales: a través del consumo de bienes y servicios. Cuando la teoría económica analiza los determinantes del consumo, directa o indirectamente se relaciona con el tema de las necesidades materiales. El modelo de maximización de utilidad o preferencia de la teoría neoclásica no es incompatible con el estudio del consumo como forma de satisfacer necesidades materiales. De hecho, para Marshall, la utilidad era una forma de expresar la necesidad. Así dice: “La utilidad se considera como correlativa del deseo o necesidad. Se ha dicho que los deseos no pueden medirse directamente, sino solo de modo indirecto por los fenómenos exteriores a que dan lugar, y que en los casos de que se ocupa principalmente la economía, la medida se encuentra en el precio que una persona está dispuesta a pagar por el cumplimiento o satisfacción de un deseo. Esta persona puede tener deseos o aspiraciones que no están destinados conscientemente a ser satisfechos, pero por ahora nos ocuparemos principalmente de aquellos que aspiran a serlo y damos por admitido que la satisfacción resultante corresponde generalmente, en forma bastante exacta, a la que se esperaba cuando se hizo la compra”⁶.

Más adelante afirma “Existe una gran variedad de necesidades, pero hay un límite para cada necesidad aislada. Esta tendencia familiar y fundamental de

⁴ Parece ser que una persona sería eficiente productivamente si alcanza la productividad media que se tiene en la actividad que realiza. Esto se desprende de la afirmación de Marshall que el término debe referirse a la eficiencia industrial general. Página 450 Op.cit.

⁵ Esto sin importar cual sea el concepto utilizado de perjuicio grave. Un definición se consigue en Des Gasper y Doyal y Gough. Op. Cit.

⁶ Alfred Marshall, Principios de Economía, op. cit. Capítulo 3, Libro III.

la naturaleza humana puede expresarse por la ley de las necesidades saciables o de utilidad decreciente de la siguiente forma: La utilidad total de una cosa para una persona (es decir el placer total u otro beneficio que le produce) crece con cada aumento de las existencias que de dicha cosa posee la persona aludida, pero no con la misma rapidez. Si su stock aumenta en una proporción uniforme, el beneficio derivado aumenta en una proporción decreciente”⁷. Es claro, entonces, que para Marshall existe una relación muy fuerte entre necesidad y utilidad.

En la teoría moderna del consumidor, éste tiene unas preferencias y su elección se hace maximizando una función de utilidad ordinal, más que cardinal. En este desarrollo no se pierde la relación entre utilidad y necesidad, ya que en lo sustancial la teoría marshalliana se mantiene. Al respecto Hicks afirma: “ No necesitamos remontarnos a la época anterior a Marshall, porque lo poco que se escribió sobre este tema antes de él no contiene nada que pueda ayudarnos. Por otra parte, Marshall sigue siendo un clásico; casi todo lo que dice en su Libro III mantiene su validez y requiere, en una forma u otra, conservarse, toda vez que las cosas que dijo fueron las verdaderamente importantes. Aunque el núcleo Marshalliano está destinado a aparecer diferente, cuando se le agregan los nuevos aportes, de lo que sería si permaneciera aislado, debemos reconocer que ese núcleo se mantiene. Hemos llegado en algunos casos a hablar un lenguaje diferente, pero lo sustancial que tenemos que decir y que se refiere a la parte central de este campo, es lo mismo que dijo Marshall”.⁸

A este modelo de maximización de utilidad se le podrían introducir restricciones que expresen el consumo mínimo de subsistencia como sugieren algunos autores.⁹

La relación entre necesidad y consumo no es del todo clara, ya que si bien se considera que el consumo satisface necesidades, también es cierto que hay bienes cuyo consumo perjudica al consumidor e incluso se plantea que en las sociedades donde se ha llegado a considerar al consumo como una

⁷ Alfred Marshall, *ibid.*

⁸ John Hicks. “ Revisión de la Teoría de la demanda” páginas 13 y 14. Versión española del FCE de 1958, tomado del original “A revision of demand Theory”. Publicado en 1956 por Oxford University Press.

⁹ Esto se puede ver en Green John: La Teoría del Consumidor. Alianza Editorial, Madrid, 1986. Más adelante se vuelve sobre esto.

necesidad en sí misma (el consumismo), éste llega a ser alienante. Algunos de estos aspectos son ilustrados por Des Gasper quien analiza la " Paradoja de Easterlin" - La gente en los países ricos no parece más feliz que la de los países pobres a pesar de la abundancia de bienes- Des Gasper se inclina por la explicación que ofrece Scitovsky de la "paradoja de Easterlin": una confusión de las necesidades con la comodidad y la abundancia de bienes, hace que éstas sean las únicas prioridades, descuidando otras necesidades, esto lleva a creer que esas otras necesidades se pueden inhibir con mayor consumo, lo cual a la larga lleva a subsecuentes insatisfacciones y frustraciones.¹⁰

De todas maneras la comprensión de la relación entre necesidad y consumo es de gran importancia y es lo que se quiere resaltar en esta investigación. En particular estudiar si ese consumo satisface o no necesidades básicas, y analizar si en el caso en que haya hogares que no las satisfacen estarían en una situación de pobreza. Sin perder de vista que esas necesidades no son iguales para todos los hogares ya que dependen de su composición (edad y sexo de las personas que lo integran).

1.1 Objetivos

El objetivo principal de esta investigación es estudiar la relación entre consumo y necesidad; partiendo del análisis del comportamiento del consumo de los hogares, teniendo en cuenta sus características socio demográficas y utilizando la teoría del consumidor, se estudia la posibilidad de determinar gastos de subsistencia y su relación con algunas características socio demográficas de los miembros del hogar.

Se hacen, entonces, estimaciones de algunos de los parámetros que sirven para medir la pobreza, a través del análisis del comportamiento de los hogares con relación al consumo.

Estos parámetros básicamente son los gastos de subsistencia (cuya suma es la Línea de Pobreza) y parámetros que tienen que ver con la forma en que las necesidades del hogar dependen de su tamaño (número de personas), de su composición por edades y otras características socio demográficas.

¹⁰ Scitovsky T. The joyless Economy: An inquiry into human satisfaction and consumer dissatisfaction, 1992, Oxford University Press. Citado por Gasper, página 17 Op. cit.

Otro objetivo es el de analizar los alcances y límites de la teoría del comportamiento del consumidor en la determinación de los parámetros de pobreza aquí mencionados.

1.2 Marco de Referencia General

En esta parte se presenta el marco general de referencia que se seguirá en la investigación. En primer lugar se trabaja el concepto de necesidad, donde se abordará en forma resumida el concepto de subsistencia y se determinarán las necesidades que finalmente abordará la investigación.

En segundo lugar se discute la definición de Línea de Pobreza y se hace una breve descripción de la forma como tradicionalmente se ha estimado en Colombia.

Por último, se hace una síntesis de la teoría del consumidor y de las limitaciones que se tienen para, desde ella, abordar el problema de las necesidades.

Las necesidades humanas

Esta parte se basa en los trabajos de de Len Doyal y de Ian Gough “Teoría de las necesidades humanas”¹¹ y de Des Gasper “Needs and Basic Needs”¹².

Hay una gran cantidad de significados de la palabra necesidad, como bien lo describe Des Gasper¹³ quien distingue tres conjuntos de significados: i) en el sentido positivo, relacionado con querer y deseos, ii) Necesidades como requisito para conseguir un fin dado y iii) necesidades como análisis normativo y como requisito prioritario. A partir principalmente de este tercer significado, el autor introduce el concepto de necesidades básicas, como aquellas que son un prerrequisito o son más prioritarias que otras. Este último significado se relaciona con el concepto de necesidad de Doyal y Gough quienes relacionan la necesidad como los requisitos para evitar daños (perjuicios) graves a la persona.

Siguiendo un poco esta línea se verá inicialmente el concepto de subsistencia y a partir de éste el de necesidad. La relación entre necesidad y subsistencia

¹¹ Doyal L. Y Gough I, Op. cit.

¹² Des Gasper, Op. cit

¹³ Ver Gaspar ibid, tabla 1 página 6.

se ve claramente en algunos conceptos de necesidad que la definen como todo aquello que se requiera para la subsistencia del ser humano.

Ahora bien, dado que el concepto de subsistencia tiene muchas acepciones, lo que está incluido dentro de las necesidades es diferente según la acepción. En Marshall, por ejemplo, se incluirían los artículos de primera necesidad que son precisos para garantizar la eficiencia productiva del individuo. En Doyal y Gough, las necesidades son los bienes, servicios, actividades y relaciones que permiten al individuo llevar una vida productiva y reproductiva adecuada y tener relaciones sociales que le permitan desarrollarse¹⁴. En estos dos autores la subsistencia de una persona implica que ésta tenga una vida con salud normal, con la capacidad suficiente de ser productivo e interactuar con los otros miembros de la sociedad, expresando libremente sus ideas y con derecho a que se le tenga en cuenta al tomar decisiones que le afectan directa o indirectamente.

A partir de estas necesidades los autores definen como satisfactores universales o necesidades intermedias aquellas cualidades de los bienes, servicios, actividades y relaciones que favorecen la salud física y la autonomía humanas en todas las culturas.

Estas necesidades son¹⁵:

- Alimentos nutritivos y agua limpia
- Alojamientos adecuados a la protección contra los elementos
- Ambiente laboral desprovisto de riesgos
- Medio físico desprovisto de riesgos
- Atención sanitaria apropiada
- Seguridad de la infancia
- Relaciones primarias significativas
- Seguridad física
- Seguridad económica
- Enseñanza adecuada
- Seguridad en el control de nacimientos y en el embarazo y parto.

Los autores asocian a la salud física las siguientes necesidades:

- Alimentos nutritivos y agua limpia

¹⁴ Ver Doyal y Gough, op. Cit. Capítulo 8.

¹⁵ Ver Doyal y Gough,, ibid, página 202.

- Alojamiento adecuado para la protección contra los elementos
- Ambiente laboral desprovisto de riesgos
- Medio físico desprovisto de riesgos
- Atención sanitaria apropiada
- Seguridad en el control de nacimientos, en el embarazo y parto.

Y asocian a la autonomía las siguientes:

- Seguridad de la infancia
- Relaciones primarias significativas
- Seguridad física
- Seguridad económica
- Enseñanza adecuada

La investigación se centra en el tipo de necesidades aquí enumeradas que en general se satisfacen o se pueden satisfacer a través del consumo de bienes y servicios, lo cual la limita a: Alimentos, alojamiento, atención sanitaria, vestuario, algunos aspectos del medio físico y de la enseñanza adecuada y se agrega el transporte y la recreación.

La capacidad económica que tenga un individuo de adquirir los bienes y servicios asociados a estas necesidades es la que va a determinar si éste es pobre o no.

Estimación de las LP

Se define la LP como el ingreso mínimo requerido para que una persona u hogar pueda obtener los medios necesarios para el sustento de la vida humana.

Para simplificar se trabaja con las necesidades que son satisfechas a través del consumo de bienes y servicios, teniendo en cuenta que éstos se pueden dividir en bienes de consumo privado y bienes públicos. La diferencia primordial es que en los primeros hay rivalidad y exclusión y en los segundos no. También se debe tener en cuenta la existencia de bienes meritorios (preferenciales), es decir, bienes que son valorados socialmente, incluso más allá de lo que lo valoran los agentes individuales, es decir bienes que la

sociedad “obliga” a consumir¹⁶. Este trabajo se concentra más que todo en los bienes de consumo privado.

La mayor parte de los países en América Latina para estimar la LP, inicialmente construyen una canasta de alimentos que satisfaga los requerimientos nutricionales de una persona, la valoran y después, suponiendo una relación entre necesidad alimentaria y necesidad de otros bienes y servicios, estiman el valor de la LP.

Para la construcción de la canasta de alimentos se toman los alimentos que tienen mayor importancia en el presupuesto de los hogares y, una vez escogidos se calcula la cantidad necesaria de cada uno de ellos para que, en su conjunto, satisfagan los requerimientos nutricionales.

En el caso colombiano, una vez escogidos los alimentos, se hacen ejercicios preliminares de Dietas de Costo Mínimo (DCM), agregando después una serie de restricciones para tener en cuenta los hábitos de tal manera que la canasta que quede sea paladeable.

Para la escogencia de alimentos se trabaja con una población de referencia (en 1988 la población de referencia fue el 25% de los hogares con más bajos ingresos, en la de 1998 la población de referencia fue el 90%, excluyendo al 10% de los hogares con más ingresos), los requerimientos nutricionales per cápita se obtuvieron como un promedio ponderado de los requerimientos específicos por edad y sexo de la población urbana de Colombia según la información censal.

Una vez estimada la canasta de alimentos y valorada, se estima el valor de la LP de la siguiente forma, para la población de referencia se calcula la participación del gasto en alimentos en el total del gasto corriente del hogar, esta variable se conoce como coeficiente de Engel, para estimar la LP, se divide el valor de la canasta de alimentos (llamada Línea de Indigencia) por ese coeficiente.

Esta metodología tiene bastantes problemas (suponiendo que los requerimientos nutricionales están bien estimados y que los aportes nutricionales de los alimentos también) ya que el volver la canasta paladeable

¹⁶ Un ejemplo de bien meritorio es la educación, hasta noveno grado, ya que la sociedad, tal como lo expresa la Constitución, considera que toda persona debe haber recibido, como mínimo, instrucción hasta este nivel.

es bastante difícil y requiere de una serie de supuestos bastante controvertibles; también se presentan dificultades en la estimación de la LP a partir de ese cálculo: Al aplicar el coeficiente de Engel se supone que la proporción en que no son satisfechas las necesidades de alimentos es la misma para los otros bienes y servicios y esto, en principio, no es cierto.

Una opción sería entonces, hacer con los otros bienes y servicios lo mismo que con los alimentos, es decir definir unos requerimientos mínimos de esos otros bienes (vivienda, vestuario, etc), elaborar canastas para estos tipos de bienes, valorarlas y así obtener la LP. Esta opción no parece muy viable, ya que si en la definición de los requerimientos nutricionales no hay un acuerdo y se presentan tantas discusiones, en este otro tipo de bienes las dificultades se multiplican. Algunos experimentos se han realizado pero no parecen haber sido exitosos.

La otra opción es la de analizar el comportamiento de los individuos con relación al consumo y a partir de allí deducir la LP. Utilizando la teoría sobre los determinantes del consumo, y con la información disponible, analizar el comportamiento de los hogares y de allí estimar el valor de la LP.

El consumo

Este estudio se centra en las necesidades materiales que se satisfacen a través del consumo ya sea privado o público. Como ya se ha dicho, otras necesidades como por ejemplo la seguridad infantil (que incluye afecto) o relaciones primarias significativas (que incluyen relaciones estrechas y confidenciales) no serán consideradas.

Se trabajará, entonces, con las necesidades que en general se satisfacen a través del consumo.

Para estudiar el problema propuesto, una buena aproximación es la teoría neoclásica del consumidor¹⁷, ya que su programa de investigación se propone explicar el comportamiento del consumo de los individuos.

El programa tiene como idea central la racionalidad del agente, en el sentido en que éste busca su mayor satisfacción posible, dentro de su conjunto

¹⁷ La versión hicksiana de la teoría, como es expuesta por Deaton o Varian.

factible de bienes. Esta racionalidad tiene consecuencias en el comportamiento de la demanda.¹⁸

Veamos, lo que implica la racionalidad es que el agente es capaz de tomar decisiones de acuerdo con diferentes circunstancias y que esas decisiones las toma con el fin de obtener la máxima satisfacción posible. Esto se modela a través de una relación de preferencias que ordena el espacio de bienes y que, (con un supuesto adicional) se puede reflejar en una función de utilidad. Por tanto si v es la función de utilidad, q el vector de bienes, p el vector de precios y x el gasto total, con n bienes, el consumidor actuará así:

$$\text{Max } v(q) \text{ s.a: } \sum p_i q_i = x \quad \text{con } i = 1 \dots n \quad (1)$$

La solución de este problema es el sistema marshalliano de funciones de demanda $q_i = g_i(x, p)$.

En los casos normales, la solución de este problema se plantea como

$$L = v(q) - \lambda(x - \sum p_i q_i) \text{ de donde se obtiene } dv/dq_i = \lambda p_i \quad \forall i = 1 \dots n \text{ y } x - \sum p_i q_i = 0$$

λ se interpreta como la utilidad marginal del ingreso

Dualidad: minimización de gastos, demandas hicksianas y utilidad indirecta

El problema planteado arriba se conoce como el primal, pero a veces es muy útil trabajar con el dual

$$\text{El dual de (1) se escribe como Min } pq \text{ s. a: } v(q) = u \quad (2).$$

Las funciones de demanda que se deducen de (2) son conocidas como funciones de demanda compensadas o hicksianas, $q_i = h_i(v, p)$, se expresan en función de v y p . En el óptimo, la solución del primal y el dual coinciden; por tanto de, (1) y (2) se obtiene

$$v(q_1, q_2, \dots, q_n) = v(g_1(x, p), g_2(x, p), \dots, g_n(x, p)) = \Psi(x, p)$$

$$x = \sum_{i=1}^n p_i h_i(u, p) = c(u, p).$$

¹⁸ Deaton A. J. Muelbauer: "Economics and Consumer behavior", 1993, Cambridge University Press.

$\Psi(x, p)$ es la máxima utilidad alcanzable dado el vector de precios p y el gasto x , y se conoce como la función indirecta de utilidad

$$\Psi(x, p) = \text{Max } q (v(q); pq = x)$$

$c(u, p)$ es conocida como la función de gastos y es el gasto mínimo necesario para alcanzar u a los precios p .

$$c(u, p) = \min(pq; v(q) = u)$$

Dada la hipótesis de maximización de la utilidad (minimización del gasto), se deducen las siguientes propiedades de las funciones de demanda

1) Agotamiento del gasto:

$$\sum p_i h_i(u, p) = \sum p_i g_i(x, p) = x$$

2) Homogeneidad

La demanda hicksiana es homogénea de grado cero en precios y la marshalliana es homogénea de grado cero en precios e ingresos

$$h_i(u, \lambda p) = h_i(u, p); g_i(\lambda x, \lambda p) = g_i(x, p)$$

3) Matriz de sustitución (Slutsky)

Llamando $D_p h(u, p)$ la matriz de sustitución (o de efectos sustitución), cuyo elemento típico es $\delta h_i / \delta p_j$, podemos deducir una serie de propiedades tanto de g como de h . Y recordando que $h_i(u, p) = \delta c / \delta p_i \forall i$.

3a) $\delta h_i / \delta p_j = \delta h_j / \delta p_i \forall i, j$. Por tanto $D_p h(u, p)$ es simétrica.

3b) $D_p h(u, p)$ es una forma cuadrática semidefinida negativa, propiedad que se deduce, en forma inmediata, de la concavidad de $c(u, p)$, lo cual implica que los elementos de la diagonal de $D_p h(u, p)$ son no positivos (teorema fundamental de la demanda) $\delta h_i / \delta p_i \leq 0$.

Dado que en el óptimo $h_i(u, p) \equiv g_i(c(u, p), p)$, entonces

$\delta h_i / \delta p_j \equiv \delta g_i / \delta p_j + \delta g_i / \delta x (\delta c / \delta p_j)$, utilizando la propiedad de la derivada esta expresión queda:

$$\delta h_i / \delta p_j \equiv \delta g_i / \delta p_j + q_j (\delta g_i / \delta x) \quad (3)$$

Recordemos que $\delta h_i / \delta p_j$ es el elemento típico de la matriz $D_p h(u, p)$ que es simétrica y semidefinida negativa, y si bien h no se conoce, a partir de (3) se puede obtener, ya que las demandas marshallianas ($g_i(x, p)$) se pueden estimar y, entonces, la simetría y la negatividad pueden ser empíricamente contrastables.

La expresión (3) se puede escribir como $\delta g_i / \delta p_j = \delta h_i / \delta p_j - q_j \delta g_i / \delta x$, expresión conocida como ecuación de Slutsky.

La aproximación dual tiene como hecho esencial el cambio de variables.

Lo que se destaca es que, al tener la función indirecta de utilidad, se puede encontrar la función directa de utilidad. La información original contenida en, $v(q)$, es simplemente guardada en las funciones duales $\Psi(x, p)$ y $c(u, p)$ y, de éstas, podemos retornar a $v(q)$. La dualidad es un espejo técnico; dos reflectores restauran la imagen original. Este es el teorema fundamental de la dualidad.

Es en este aspecto donde la convexidad de las preferencias es de gran importancia. Si las preferencias son no convexas, las porciones no convexas no serán “guardadas” por el dual y, por lo tanto, no serán recuperables.

El teorema fundamental de la dualidad nos permite usar $\Psi(x, p)$ y $c(u, p)$ como representaciones alternativas de alguna función conocida de utilidad $v(q)$; en particular cualquier función $c(u, p)$ que satisfaga las propiedades vistas, puede ser interpretada como una función de gastos que representa alguna ordenación de preferencias subyacente.

Para el trabajo empírico esto es de gran importancia, ya que es relativamente fácil especificar $c(u, p)$ y $\Psi(x, p)$, de forma tal que se pueden convertir inmediatamente en funciones de demanda por diferenciación o utilizando la identidad de Roy.

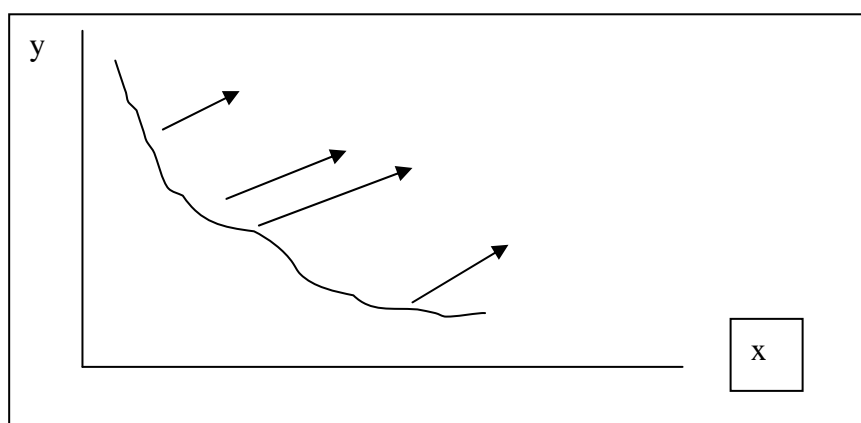
Teóricamente el teorema de la dualidad permite solucionar un problema que históricamente causó una gran dificultad: Las circunstancias bajo las cuales se puede regresar a las preferencias dado un conjunto de funciones de demanda, el llamado problema de la integrabilidad.

La condición fundamental de integrabilidad de la teoría de la demanda es la simetría de la matriz de Slutsky.

En resumen la maximización de utilidad resulta en funciones de demanda que cumplen la condición de agotamiento del ingreso, son homogéneas de grado cero y la matriz de efectos sustitución (Slutsky) es semidefinida negativa y simétrica. Inversamente, las funciones de demanda que cumplen esas propiedades son “integrables” en una ordenación de preferencias consistente. Esto es muy importante empíricamente, ya que las propiedades de las funciones de demanda, no son simplemente consecuencia de la maximización de la utilidad, sino que, ellas son las únicas consecuencias de esta maximización. Si estas propiedades se usan empíricamente, se esta efectivamente aplicando una ordenación de preferencias. Y a la inversa, si empíricamente se encuentra que estas propiedades se cumplen, se puede decir que una relación de preferencias existe.¹⁹

Cómo relacionar la función de utilidad o de preferencias con el consumo de subsistencia?

En el contexto de las preferencias se podría pensar en que el modelo de



Consumo mínimo de subsistencia

satisfacción de preferencias es relevante a partir de una satisfacción inicial del consumo de subsistencia, como muchos autores lo han expresado. La curva en la gráfica muestra las combinaciones mínimas entre x e y que permiten a un individuo subsistir. Cualquier combinación de los dos bienes por debajo de ésta no permite su subsistencia. El modelo de maximización de utilidad tendría sentido de la curva hacia arriba, como señalan las flechas.

¹⁹ Deaton y Muelbauer. Ibid. Página 50.

1.3 Hipótesis

La hipótesis general de la investigación es que la teoría del consumidor puede ser útil para aproximarse a entender los problemas de pobreza ya que permite hacer estimaciones de consumo de subsistencia y su relación con las características socio demográficas.

1.4 La metodología y sus problemas

El análisis de comportamiento basado en la teoría del consumidor aquí expuesta se ha realizado a través de estimaciones de Sistemas de Ecuaciones de Demanda SCED, algunos aspectos de estos sistemas se presentan a continuación.

En primer lugar se describen los sistemas más utilizados y algunas de las posibles extensiones, luego se muestran algunos de los problemas que estos sistemas presentan: de información, estadísticos y de alcance.

Los SCED se basan en la forma funcional ideada por Working (1943) y utilizada por Leser (1963), forma conocida como el sistema de Working y Leser, que se escribe $w_i = a_i + B_i \ln x$.

Donde x_i = Gasto en el bien i , x = Gasto total, $w_i = x_i / x$

La condición de agotamiento del gasto requiere que $\sum_{i=1}^n w_i = 1$ lo cual se

cumple si $\sum a_i = 1$ y $\sum B_i = 0$

Si se estima cada ecuación del sistema, por Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO), estas dos condiciones se cumplen.

El Sistema Lineal de Gastos (SLG)

Para el conjunto del sistema general de ecuaciones de demanda marshalliana

$$q_i = g_i(x, p) \quad \forall i = 1 \dots n \quad (1)$$

Stone formula una forma general lineal de demanda

$$p_i q_i = B_i x + \sum_{j=1}^n B_{ij} p_j \quad (2)$$

Donde p_i es el precio del bien i .

E impone las restricciones teóricas de agotamiento, homogeneidad y simetría. La única forma lineal que satisface estas restricciones es el llamado Sistema Lineal de Gastos (SLG), que se escribe:

$$p_i q_i = p_i \gamma_i + B_i (x - \sum p_k \gamma_k) \quad (3) \quad \text{con } \sum B_k = 1$$

El Sistema Lineal de Gastos (SLG) es el primer modelo práctico basado en la teoría.

La función q_i que se deduce de la ecuación (3), es homogénea de grado cero en p y x , cumple la restricción de agotamiento del gasto y la propiedad de simetría de la matriz de Slutsky asociada.

La función de gastos asociada $c(u, p)$ es $c(u, p) = \sum p_k \gamma_k + u \prod p_k^{B_k} \quad (4)$

Esta función es cóncava si los $B_i \geq 0$.

Los γ_i se interpretan como la cantidad mínima necesaria, o de subsistencia, del bien i , así (3) se puede interpretar fácilmente²⁰:

$\sum p_k \gamma_k$ es el gasto de subsistencia, y lo que sobra se gasta en proporciones fijas B_k . Las funciones directas e indirectas de utilidad asociadas son²¹:

$$v(q) = \prod (q_k - \gamma_k)^{B_k} \quad (5)$$

$$\Psi = (x - \sum p_k \gamma_k) / \prod p_k^{B_k}$$

$\Psi(x, p)$ tiene una clara interpretación en términos de "gasto real"; si los γ representan los requerimientos de subsistencia, solo $(x - \sum p_k \gamma_k)$ queda disponible para asignar discrecionalmente. Este gasto disponible está

²⁰ Paul Samuelson: "Some implications of 'Linearity'". Review of Economic Studies, XVIII (1), No. 45 (1949-50). Citado por Howe.

²¹ La deducción de la función directa de utilidad se encuentra en el artículo de Louis Philips: Applied Consumption analysis. En Advanced text in economics, vol. 5 ed Bliss e Intriligator. North Holland. Amsterdam, 1987

deflactado por la media geométrica ponderada de precios, para dar un indicador real de bienestar.

La limitación principal del modelo es que no hay bienes inferiores ($B_i > 0$) y todos los bienes “resultan” sustitutos netos (si $p_i q_i > p_i \gamma_i$).

Según Howe, la restricción de no negatividad de los γ_i es innecesariamente restrictiva. La admisión de $\gamma_i < 0$ da una flexibilidad adicional en las elasticidades precios. La negatividad de los γ_i se puede interpretar, como característica de bienes de superiores o de lujo.

Para preservar la interpretación que Samuelson da a los γ_i (como cantidad de subsistencia), Solari²² divide a los n bienes en n^* primeros cuyos γ son positivos y los $i = n^*+1, n^*+2, \dots, n$ con γ_i menores que cero, con lo cual el autor interpreta los ingresos disponibles (supernumerario) así:

Ingreso supernumerario a la Solari: $x - \sum_{k=1}^{n^*} p_k \gamma_k$ y $\sum_{k=n^*+1}^n p_k \gamma_k$ como ingreso

ficticio.

La suma del ingreso supernumerario a la Solari y el ingreso ficticio resulta en el ingreso supernumerario aumentado.

En una formulación dinámica de Philips²³, el γ_i negativo, se interpreta como el resultado de la depreciación y ajuste de bienes durables. En análisis transversal $\gamma_i < 0$ se podría interpretar como la incorporación de la depreciación del stock existente de bienes durables en el período observado.

Howe dice: en gracia a la discusión se continuará interpretando a los γ_i como cantidades de subsistencia, pero se reconoce que pueden ser negativos y la interpretación física no es la única.

El Sistema Lineal de Gastos Extendido (SLGE)

Lluch²⁴ desarrolla el sistema lineal de gastos como la maximización de una función de utilidad intertemporal de la función de Stone Geary.

²² “Théorie des choix et fonctions de consommation Semi-Agrégées”, Modèles statistiques. Genève. Libraire Droz, 1971. citado por Howe.

²³ Philips Louis: “A Dynamic Version of Linear Expenditure Model”, The Review of Economic and Statistics. Vol. LIV. No. 4, 1972.

²⁴ Lluch Constantino, “The extended linear expenditure system” European Economic Review. Vol. 4 No. 1, 1973.

El SLGE utiliza el concepto de ingreso permanente como variable explicativa e incorpora una función de consumo agregado. El SLG se torna un subsistema del SLGE. Este último ofrece ventajas empíricas sobre el SLG, dada la independencia del ingreso de los términos de error del gasto global (sesgo de MCO cuando se usa el gasto total), SLGE permite la estimación por MCI dado que es perfectamente identificable.

Desarrollo alternativo del SLGE

El SLGE puede ser derivado desde supuestos alternativos, tratando al ahorro como un bien en sí. La implicación, entonces, de la interpretación intertemporal más sofisticada, es equivalente a supuestos más simples sobre el ahorro y cualquier concepto de ingreso puede ser usado en las funciones de demanda.

Se puede probar que el SLGE puede ser obtenido maximizando una función de utilidad Stone Geary, tratando al ahorro como un bien cuyo valor de subsistencia es cero.

Relación entre el SLG y el SLGE

1) SLGE contiene SLG (Hay n bienes con el ahorro)

Expresando en términos de gasto se tiene el SLG $x_i = \gamma_i + B_i(x - \sum \gamma_k)$, con x como gasto total. Para $i, k=1 \dots n-1$

El SLGE será $x_i = \gamma_i + B^*_i(y - \sum \gamma_k)$ donde y es el ingreso (o el gasto más el ahorro). Para $i=1 \dots n$

A partir de esta segunda ecuación x se expresa

$$x = \sum_{i=1}^{n-1} x_i = \sum \gamma_i + y \sum B^*_i - \sum B^*_i \sum \gamma_j$$

Haciendo $\mu = \sum B^*_i$, entonces $x = (1-\mu) \sum \gamma_i + \mu y$

De esta expresión podemos obtener y, $y = (x - (1-\mu) \sum \gamma_i) / \mu$

De donde $x_i = \gamma_i + B^*_i [(x - (1-\mu) \sum \gamma_j) / \mu - \sum \gamma_j] = \gamma_i + B^*_i [x - (1-\mu) \sum \gamma_j - \mu \sum \gamma_j] / \mu$, entonces $x_i = \gamma_i + B^*_i (x - \sum \gamma_j) / \mu = \gamma_i + B^*_i / \mu (x - \sum \gamma_j)$, entonces $B_i = B^*_i / \mu$.

El problema de identificación

El SLG no es plenamente identificable, pero el SLGE si se puede identificar, ya que como se supone que la subsistencia en el ahorro es cero, entonces los parámetros de las ecuaciones de la forma estructural se pueden identificar por mínimos cuadrados indirectos. Los parámetros γ_i son iguales en ambos sistemas y ya se ha visto como pasar de los B_i^* a los B_i .

Sistema Cuadrático de Gastos (SCG)

El SCG se desarrolla a partir de una función indirecta de utilidad. El SCG incorpora parámetros que pueden interpretarse como cantidades de subsistencia en el mismo sentido que SLG. El SCG se puede considerar como una generalización del SLG, posee las propiedades de homogeneidad, agotamiento del gasto y la simetría de la matriz de Slutsky.

La base para desarrollar el sistema es la función indirecta de utilidad

$\Psi(p, x) = -g(p)/(x-\gamma(p)) + g(p)/f(p)$ donde f , g y γ son homogéneas de grado 1 en p

Usando la identidad de Roy

$$h_i = -(\partial\Psi/\partial p_i)/(\partial\Psi/\partial x)$$

Donde $\partial\Psi/\partial p_i = -(g_i(x-\gamma) + \gamma_i g)/(x-\gamma)^2 + (g_i f - f_i g)/f^2$

$$\partial\Psi/\partial x = g/(x-\gamma)^2$$

Donde $h_i = 1/f(f_i/f - g_i/g)(x-\gamma)^2 + g_i/g(x-\gamma) + \gamma_i$, entonces

$$h_i = A_i(p)(x-\gamma)^2 + B_i(p)(x-\gamma) + \gamma_i$$

Como $\gamma(p)$ es homogénea de grado 1 en p , se puede escribir $\gamma(p) = \sum \gamma_k p_k$ y h_i queda

$$h_i = \gamma_i + B_i(p)(x - \sum \gamma_k p_k) + A_i(p)(x - \sum \gamma_k p_k)^2$$

La función h_i es homogénea de grado cero en p y x , cumple la condición de agotamiento del ingreso y la simetría de la ecuación de Slutsky.

Si los precios están fijos h_i queda $h_i = \gamma_i + B_i(x - \sum \gamma_k p_k) + D_i(x - \sum \gamma_k p_k)^2$

Donde γ tiene la misma interpretación del SLG.

Sistema Cuadrático de Gastos Extendido(SCGE)

Lo mismo que en el SLGE, se puede establecer un SCGE con $n+ 1$ bienes siendo el enésimo más un bien, el ahorro.

Cuando los precios son fijos el SCGE se expresa como

$$x_i = \gamma_i + B_i^*(y - \sum \gamma_k) + D_i^*(y - \sum \gamma_k)^2.$$

De nuevo, si se supone que el gasto de subsistencia en ahorro es cero, este sistema estará plenamente identificado.

Modelo de Rotterdam

La ecuación $\log q_i = \alpha_i + e_i \log x + e_{ij} \log p_j + \sum_{j=1}^n e_{ij} \log p_j$ Para $i, j = 1, \dots, n$.

Se diferencia y se obtiene

$$d \log q_i = e_i d \log x + \sum e_{ij} d \log p_j$$

Donde e_i = Elasticidad ingreso del bien i , e_{ij} = Elasticidad precio del bien i con respecto al bien j .

Si a esta ecuación aplicamos Slutsky ($e_{ij} = e_{ij}^* - w_j e_i$), se obtiene

$$d \log q_i = e_i (d \log x - \sum w_k d \log p_k) + \sum_j e_{ij}^* d \log p_j$$

Donde e_{ij}^* = Elasticidad precio de la demanda hicksiana del bien i con respecto al bien j .

Si se multiplica por w_i se obtiene

$$w_i d \log q_i = B_i d \log \bar{x} + \sum c_{ij} d \log p_j$$

donde

$d \log \bar{x} = d \log x - \sum w_k d \log p_k$ es el logaritmo del cambio en el gasto real. o del gasto nominal deflactado por un índice de precios geométrico.

$$B_i = e_i w_i = \delta q_i / \delta x (x / q_i) (q_i p_i / x) = p_i \delta q_i / \delta x$$

$$c_{ij} = w_i e_{ij}^* = (\delta h_i / \delta p_j) p_j / q_i (p_i q_i / x) = p_i p_j (\delta h_i / \delta p_j) / x$$

Entonces B_i es la proporción marginal a gastar en el bien i y la restricción de agotamiento requiere que $\sum B_i = 1$ y la de homogeneidad requiere que $\sum_j c_{ij} = 0$

El requerimiento de agotamiento del gasto se cumple al estimar cada ecuación del sistema por MCO, pero la condición de homogeneidad es contrastable, ya que la restricción puede ser impuesta y probada ecuación por ecuación. Finalmente, dado que todos los precios son positivos, la condición de simetría implica que la matriz C , cuyo elemento típico es c_{ij} , sea semidefinida negativa, por tanto la condición de simetría y negatividad también puede ser probada.

Formas funcionales flexibles

Más recientemente algunos investigadores se han aproximado al problema, utilizando lo que se ha llamado las formas funcionales flexibles. Lo básico de estos métodos es aproximarse a la función directa de utilidad, a la indirecta o a la función de gastos, por alguna forma funcional específica que tenga suficientes parámetros para permitir una aproximación razonable a la verdadera función desconocida.

El Sistema Casi Ideal de Ecuaciones de Demanda (SCIED)

Este sistema parte del sistema de Working y Leser

$$w_i = \alpha_i + \beta_i \log x \quad (1)$$

Para usar este modelo en series de tiempo, se debe incluir el efecto precios. α_i y β_i se pueden expresar en función de los precios de muchas diferentes formas.

Un primer paso es definir una función de gastos

$$\log c(u, p) = (1-u) \log \{a(p)\} + u \log \{b(p)\}.$$

En general u yace entre cero y uno, cuando $u=0$, la función de gastos valdría $a(p)$ y cuando $u=1$, el gasto sería $b(p)$, entonces $a(p)$ se puede considerar como el valor de subsistencia y $b(p)$ como el valor de "felicidad" o completa saciedad²⁵.

²⁵ Ver Angus Deaton y John Muelbauer: "An almost Ideal Demand System". The American Economic Review, Volume 70, Issue 3. Junio de 1980.

Esta función siempre da origen a funciones de demanda de la forma expresada en (1):

$$(\partial c/c)/(\partial p_i/p_i) = (q_i \partial p_i/x)/(\partial p_i/p_i) = p_i q_i/x = \partial \log c / \partial \log p_i$$

En el sistema propuesto $a(p) = \alpha_0 + \sum \alpha_k \log p_k + 1/2 \sum_k \sum_l \gamma_{kl}^* \log p_k \log p_l$

$$b(p) = B_0 \Pi p_i^{B_i}$$

donde α , β y γ^* son parámetros.

Fácilmente se constata que $c(u, p)$ es homogénea de grado 1 en p con $\sum \alpha_k = 1$

$$\sum \alpha_k = 1, \sum_k \gamma_{kl}^* = \sum_l \gamma_{kl}^* = \sum B_i = 0$$

La función de demanda es, entonces:

$$w_i = \delta \log c(u, p) / \delta \log p_i = \alpha_i + \sum_j \gamma_{ij} \log p_j + B_i \log(x/P) \quad (2)$$

Donde P es un índice de precios definido como:

$$\log P = \alpha_0 + \sum \alpha_k \log p_k + 1/2 \sum \sum \gamma_{kl} \log p_k \log p_l \quad (3)$$

$$\text{Donde } \gamma_{ij} = 1/2 (\gamma_{ji}^* + \gamma_{ij}^*) \quad (4)$$

$$\text{Lo que satisface } \sum \alpha_k = 1 \quad \sum \beta_k = \sum \gamma_{kl} = 0$$

La ecuación (2) se puede interpretar como una aproximación de primer orden a la relación desconocida entre w_i , logaritmo de x y el vector de logaritmos de precios.

Para que se cumplan las restricciones teóricas se requiere:

$$\text{Agotamiento del ingreso: } \sum \alpha_k = 1 \quad \sum \beta_k = \sum_k \gamma_{kj} = 0$$

$$\text{Homogeneidad: } \sum \gamma_{kj} = 0$$

$$\text{Simetría: } \gamma_{ij} = \gamma_{ji}$$

La condición para agotamiento y de homogeneidad se sigue de la función de gastos, mientras que la de simetría se sigue de su definición (4).

La estimación de (2) siempre cumplirá la restricción de agotamiento del gasto, mientras que la de simetría y la de homogeneidad son contrastables al imponerlas como restricciones.

Desde el punto de vista econométrico, lo más interesante del SCIED, es que está muy cerca de una forma lineal.

A parte de la expresión de P, el sistema puede ser estimado ecuación por ecuación por MCO.

Los B_i indican si el bien es de lujo o necesario, cuando $B_i > 0$ el bien es de lujo.

Como la función de participación de cada uno de los bienes en la demanda agregada tiene la misma forma que la participación de cada uno de los bienes en cada una de las funciones individuales y el sistema es una aproximación de primer orden a cualquier SED, se considera este sistema como casi ideal.²⁶

Se debe observar que para la información disponible, que son encuestas de corte transversal, no es posible estimar del sistema de Rotterdam, y la estimación del SCIED se reduce al sistema de Working y Leser. Por tanto, en el caso del SCIED no se puede estimar el parámetro de subsistencia.

Para Colombia se han hecho algunos estudios usando estos sistemas; en 1974 H. Howe²⁷ hace estimaciones para Colombia del SLG y del SCG utilizando una encuesta de presupuestos familiares realizada en Colombia por el CEDE durante 1967 y 1968.

M. Ramírez realiza estimaciones de diferentes SCED utilizando la Encuesta de Ingresos y Gastos del DANE (1984-85) y la serie de consumo de los hogares de las Cuentas Nacionales del DANE del período 1965-1986. Con la encuesta Ramírez, estima el SLG y con la serie de Cuentas Nacionales estima el SLG, el de Rotterdam y el SCIED²⁸.

Luego Ramírez, Muñoz y Rivas estiman el SLG con la encuesta de Ingresos y Gastos del DANE (1994-95)²⁹.

²⁶ Ramírez G. Manuel: Estimación y utilización de sistemas completos de ecuaciones de demanda. Desarrollo y Sociedad No. 24 página 22, CEDE Uniandes, septiembre de 1989.

²⁷ Howe H. J.: Estimation of the linear and quadratic expenditure systems. A cross-section case for Colombia” Tesis de doctorado en economía. Universidad de Pensilvania, 1974.

²⁸ Ramírez G. Manuel op. cit.

²⁹ M. Muñoz, M. Ramírez y G. Rivas: “El consumo de los hogares en 23 capitales de departamentos colombianos”, DANE: Boletín de Estadística No. 540, marzo de 1998.

1.5 Características de los hogares, demanda y comparaciones de bienestar de los hogares

Los hogares difieren en tamaño, estructura de edades, nivel educativo y otras características. Se esperaría que hogares con diferentes características tengan diferentes patrones de gasto.

En general se pueden modelar las diferencias en el comportamiento, haciendo depender la demanda no solo de los precios y el gasto total, sino de alguna lista de características de los hogares. La aproximación más elemental es la utilización de unidades per cápita. Pero las estimaciones per cápita ignoran la variación de las necesidades con la edad, y no tienen en cuenta las economías de escala en el consumo. Cuatro personas no necesitan el doble de baños o carros que los que necesitan dos personas.

Para cubrir comparaciones de bienestar o ingreso real entre los hogares, una base obvia es extender las nociones de números índices. Los números índices, con los cuales estas comparaciones son hechas, son llamados escalas equivalentes. Estas permiten hacer comparaciones de bienestar entre hogares con diferentes características, así como los índices de costo de vida permiten hacer comparaciones de bienestar para hogares frente a diferentes precios. Y en el mismo sentido en que los índices de costo de vida están basados en el supuesto de que los gustos no cambian, la escala equivalente está basada en el supuesto de que la diferencia de gustos entre hogares, se debe a las diferencias en las características observadas.

Las escalas equivalentes son deflatores más sofisticados que el simple per cápita y con los cuales los presupuestos de los diferentes tipos de hogar pueden ser convertidos en una base correcta de necesidades. Son un concepto central en la definición de líneas de pobreza, dado que el consumo mínimo estándar varía con la composición del hogar.

Se podrían construir escalas equivalentes con estudios nutricionales y psicológicos, a través de convenciones y votaciones o con investigaciones empíricas del comportamiento del gasto de los hogares. Este último camino es el que se utiliza en esta investigación.

El equivalente adulto: Aproximación de Engel

Sea m^h el costo de mantener al hogar h en algún nivel de bienestar expresado como un múltiplo del costo mínimo de mantener algún hogar estándar de referencia en el mismo nivel de bienestar ($m^h=1$ para el hogar estándar).

Una forma simplista es tomar m^h como una función de las características del hogar, suponiendo que estas son independientes de los precios y del nivel de bienestar. Se podría escribir $m^h= m(a^h)$ donde a^h es el vector de características del hogar h . Típicamente el primer componente de a^h debe ser la estructura de edad de las personas del hogar. $m^h= m(a^h)$ es simplemente una sofisticación de contar en forma per cápita.

Además las funciones de demanda, las funciones de utilidad directa e indirecta y las funciones de costo son las mismas a través de los hogares, una vez expresadas en términos per cápita del hogar estándar.

La función de costos se puede escribir

$c^h(u^h, p, a) = m(a^h)c(u, p) = x^h$ donde $c(u, p)$ es la función de gastos per cápita del hogar de referencia. Donde p es el vector de precios, x^h el gasto total del hogar h y u^h el nivel de bienestar alcanzado.

La función directa de utilidad $u^h = v(q^h, a^h) = v(q^h(m(a^h))) = v(q^{h*})$ donde q^{h*} es el vector cuyo elemento típico es q_i^{h*} siendo $q_i^{h*} = \frac{q_i^h}{m(a^h)}$.

Siendo q^h el vector de consumo del hogar h y q^{h*} es el vector de consumo por unidad equivalente al hogar estándar. En esta forma la utilidad de h se expresa en términos de consumo por unidad equivalente al consumo del hogar estándar.

Las función de demanda $\frac{q_i^h}{m(a^h)} = g_i(x^h / m(a^h), p)$ (1)

Que expresada en forma de participación es:

$$w_i^h = \frac{p_i q_i^h}{x^h} = \frac{p_i g_i(x^h / m(a^h), p)}{x^h / m(a^h)}$$

También podría hacerse depender m de la función de utilidad $m^h = m(u^h, a^h)$.

El modelo de Engel supone que las necesidades de los niños con relación a la de los adultos y las economías de escala en consumo son las mismas para todos los bienes. En realidad, la equivalencia adulto cambia con el bien (helados, tabaco, alcohol, educación).

Economías de escala en consumo

Como ya se ha mencionado, incluso si todas las personas son adultas, siempre resulta más económico vivir juntos que separadamente; las necesidades de los hogares no crecen proporcionalmente con el aumento en el número de adultos, debido a la existencia dentro del hogar de bienes públicos, los más destacables la vivienda misma y casi todos sus servicios.

Recuérdese que los bienes públicos se destacan por una característica especial: la no rivalidad, es decir, son bienes que al ser consumidos por alguien no dejan de estar disponibles para otras personas. En el caso del hogar, hay algunos bienes con esta característica, -ya se ha mencionado la vivienda- ya que la llegada de un nuevo miembro al hogar no impide que los otros miembros la usufructúen; lo mismo pasa con algunos servicios de la vivienda como la electricidad y los combustibles (aunque como en el caso de los bienes públicos clásicos, aquí también se puede presentar la congestión).

Consideremos un hogar donde solo hay adultos, o donde si hay niños, éstos han sido convertidos en forma correcta a adultos equivalentes. Supóngase que todos los miembros del hogar tienen la misma función de utilidad y que todos comparten el consumo de los bienes en forma igual. Sean k bienes q_1, \dots, q_k y n adultos, entonces si no hubiese economías de escala, la utilidad del hogar sería igual a $u^h = n v(q_1/n, \dots, q_k/n)$.

Pero si las necesidades de bienes se expanden menos rápidamente que la expansión del tamaño del hogar, por ejemplo en proporción n^θ , con $0 < \theta < 1$, entonces la utilidad del hogar sería $u^h = n v(q_1/n^\theta, \dots, q_k/n^\theta)$ y las funciones de demanda van a depender de los precios, el ingreso, el tamaño del hogar y θ . Evidentemente el valor de θ puede variar de bien en bien.

En términos de la función de gastos diríamos que si u_n es la utilidad del hogar con n miembros, la existencia de economías a escala permite que

$c(u_n) < n c(u_1)$ o que $c(u_n) = n^0 c(u_1)$.

Tamaño y composición de los hogares: efectos sobre el consumo en el (SLG)

Tanto el SLG como el SCG pueden ser modificados para investigar los efectos socio demográficos sobre el patrón de consumo. La generalización se limita a la composición del hogar. Básicamente, el modelo postula que las características socio demográficas del hogar afectan los patrones de consumo, variando los parámetros de subsistencia γ_i .

Es posible hacer que γ_i sea una función explícita del tamaño y la composición del hogar. Por simplicidad, se supone que γ_i es una combinación lineal de efectos debidos a las diferencias entre los hogares por composición demográfica (edad y sexo), para m grupos de personas dentro del hogar:

$$\gamma_i^h = c_{i1}z_1^h + c_{i2}z_2^h + \dots + c_{im}z_m^h$$

$$\text{Es decir } \gamma_i^h = \sum_{g=1}^m c_{ig} z_g^h \quad (1)$$

Donde γ_i^h es el gasto mínimo de subsistencia del bien i en el hogar h , c_{ig} es la contribución del g -ésimo tipo de persona a la cantidad de subsistencia del bien i y z_g^h es el número de personas del tipo g en el hogar h .

Esta formulación no permite tener en cuenta las economías o diseconomías a escala en consumo, y solo permite cambios en la cantidad de subsistencia. Una generalización mayor requeriría que la propensión marginal a gastar B_i , fuese también función de la composición del hogar.

$$\text{Por ejemplo } \beta_i^h = \sum_{g=1}^m \alpha_i z_g^h.$$

Esta generalización trae problemas ya que el SLG exige que $\sum B_i = 1$ (agotamiento del gasto).

Las estimaciones, cuyos resultados se presentan más adelante, se realizan con formas funcionales más sencillas, como propone Deaton.

1.6 La Información y su tratamiento

La información con la que se ha trabajado es la de la Encuesta de Ingresos y Gastos realizada entre marzo de 1994 y febrero de 1995 por el DANE,

Algunas características de la Encuesta de Ingresos y Gastos

Esta encuesta se realizó durante 52 semanas, y cada hogar seleccionado fue entrevistado durante una semana, para reportar información sobre las compras diarias del hogar y de los perceptores de ingreso; para las compras menos frecuentes se diligenció un formulario con tres períodos de referencia: último mes, últimos tres meses y último año; adicionalmente en otro formulario se preguntaba por los ingresos de los miembros del hogar, las características socio demográficas de sus miembros y las características físicas de la vivienda y el acceso a los servicios públicos domiciliarios³⁰.

La encuesta se aplicó an 28022 hogares de las 23 capitales de los antiguos departamentos. Para este estudio se trabajó la información de cuatro ciudades: Bogotá, Medellín, Cali y Barranquilla, donde se encuestaron 8320 hogares.

Para trabajar la información se inició por un análisis y evaluación de los datos, después de lo cual fue necesario excluir algunos hogares: primero se detectaron informaciones influenciales y se excluyeron del estudio³¹, luego se ordenaron los hogares por deciles de ingreso per cápita y de gasto per cápita y se excluyeron de la muestra los hogares con una diferencia de tres o más deciles entre la ordenación por ingresos y la ordenación por gastos.

Por no traer la información de ingresos o de gastos, la muestra pasó de 8320 a 8252; al quitarse las observaciones influenciales, el número de hogares se redujo a 8240. Por último, al excluir los hogares que diferían en demasía entre los deciles de ingresos y de gastos, la muestra, con la que se hicieron las estimaciones que aquí se presentan, quedó en 7581 hogares.

Los ingresos utilizados son la suma de los ingreso de todos los miembros de la unidad de gasto³² del hogar en todas sus fuentes; de los gastos, se

³⁰ El interesado en conocer detalles sobre la encuesta es remitido a DANE, “Documento Metodológico de la Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos 1994-1995”, 1997.

³¹ Se aplicó la técnica de Belsley, Kuh y Welsch propuesta en *Regression Diagnostics: Identifying Influential data and sources of Collinearity*, John Wiley & Sons, 1980.

³² Son miembros de la unidad de gasto del hogar, todos los miembros del hogar excluyendo al servicio doméstico y a los pensionistas.

excluyeron la compra de vivienda, de automóviles y muebles (al gasto total menos este tipo de gastos es lo que se conoce como “gasto corriente”).

Este trabajo tiene tres capítulos: En el primero se hace una descripción de los determinantes de los ingresos y gastos corrientes de los hogares y su importancia. En el segundo, se muestra la forma de estimar escalas equivalentes de consumo a través del análisis del comportamiento de gasto de los hogares, así como las estimaciones utilizando estos métodos y los problemas que presentan. En el tercer capítulo se propone una forma diferente de estimación de escalas equivalentes y se muestran los resultados que se obtienen con la metodología propuesta.

II Determinantes del Ingreso y del Gasto Corriente de los Hogares

Como ya se ha mencionado, la hipótesis de la que se parte en este trabajo es la de que algunos de los parámetros fundamentales para la medición de la pobreza se pueden estimar analizando el comportamiento de los hogares en cuanto a su gasto. En este análisis hay dos aspectos que se deben tener en cuenta, i) cómo se determina el gasto total de los hogares, ii) cuál es la estructura de gasto entre diferentes bienes y servicios. Evidentemente estos dos aspectos están relacionados ya que el gasto total es la suma de sus componentes, pero entender los determinantes del gasto total, facilita el análisis del comportamiento de la estructura de gasto de los hogares.

Por ello es necesario estudiar dos aspectos de los hogares, en tanto consumidores: i) cómo se determina el gasto corriente total y, ii) cómo se distribuye ese gasto entre los diferentes bienes y servicios consumidos.

La idea de es analizar los determinantes microeconómicos del ingreso y el gasto corriente³³ de los hogares.

El análisis de los determinantes de los ingresos del hogar es fundamental por varios motivos. Para ilustrar se mencionan dos: en primer lugar, el ingreso es la variable de mayor importancia para explicar el gasto de los hogares (incluso, las fluctuaciones del ingreso afectan al consumo más de lo que prevé el mismo modelo de ciclo de vida)³⁴.

³³ Los gastos corrientes se definen como el gasto total menos los gastos en compra de vivienda, compra de vehículos y compra de muebles.

³⁴ Weiserbs D. y Guio A.C: “Dépenses et revenus des ménages: Étude économétrique de l'enquete 1995-96”

En segundo lugar, la variable ingreso es la que va definir si un hogar es o no pobre. Entender, entonces, los determinantes del ingreso del hogar, es fundamental para el cumplimiento de los objetivos de la tesis.

Ya se ha descrito la teoría del consumo individual; sin embargo, para estudiar el comportamiento del gasto total de los hogares vale la pena tener en cuenta, que en el modelo neoclásico el gasto de los hogares depende de la asignación intertemporal de la riqueza (ciclo de vida)³⁵, o del ingreso permanente³⁶.

El consumidor maximiza una función de utilidad que depende del consumo presente y futuro (dada una tasa de preferencia intertemporal), sujeto a una restricción de riqueza que depende de la dotación inicial y de los flujos de ingresos esperados. La debilidad empírica de este tipo de modelos ha llevado a tener en cuenta otras variables como son: las restricciones en el crédito, la incertidumbre (no ser neutral al riesgo) y la incidencia del consumo de otros hogares, entre otros.

Recientemente se han tenido contribuciones, donde se utilizan encuestas de corte transversal para explicar el ingreso esperado y el consumo de los hogares; en general el modelo de ciclo de vida, impone el que se estime conjuntamente el proceso de formación de ingresos (una aproximación del ingreso permanente) y la función consumo. Además, las características del hogar que determinan el ingreso, son casi las mismas que determinan el gasto de los hogares. Se estiman entonces dos ecuaciones una de ingresos (que simula el ingreso permanente) y otra de gasto total. En esta última ecuación se utiliza el ingreso determinado por la ecuación de ingresos, es decir se trata el ingreso como una variable endógena.

II.1 Los ingresos esperados

El ingreso del hogar –la suma de los ingresos de los perceptores– depende del número y de las características de éstos. Por ello se debe explicar, en primer lugar, el ingreso de los perceptores: lo que reciben por salarios, honorarios, ganancias, trabajo independiente, intereses, rentas, etc. El ingreso por cada uno de estos conceptos depende de las condiciones de los

Discussion Papers No. 9901, 1999.

³⁵ Modigliani F., Brumberg R., 1954 “Utility analysis and consumption function: An interpretation of cross-section data” Ed Kenneth Kutihara, Post Keynesian economics, N. J. Rutgers University Press.

³⁶ Friedman Milton, 1957, “A theory of consumption function”, Princeton, Princeton University Press.

mercados, y el pago que recibe cada perceptor depende de las características personales relevantes en el mercado. Como se trabaja a nivel de hogar, las características más importantes son las de quienes más aportan, en particular el jefe del hogar y el cónyuge.

Ahora bien, la existencia de uno o más perceptores en el hogar – que aportan al ingreso total del hogar- depende de las características mismas del hogar: número de personas, composición por edad y sexo, la actividad de los mayores de 18 años, el tiempo que lleva conformado el hogar e, incluso, el hecho de que en el hogar haya miembros diferentes a los de la unidad de gasto.

Se toman las características personales del jefe, ya que por definición es el que más aporta recursos al hogar, y las variables que tradicionalmente se analizan en los estudios sobre ingresos personales, es decir, la actividad económica, su posición ocupacional si trabaja, su nivel educativo, su edad y el sexo.

La educación, como se sabe, es una de las variables que más incide en el ingreso de las personas, ya sea porque aumenta la productividad, porque da prestigio, o se relaciona con mayor capacidad. Lo cierto es que el ingreso de los más educados casi siempre es mayor que el de los menos educados (*ceteris paribus*).

Si el jefe es trabajador, el tipo de trabajo que realiza también afecta sus ingresos; si el trabajador es empleado, o independiente, si trabaja con el gobierno o no, son aspectos que inciden en el ingreso. La variable que mide esto es la posición ocupacional que, por tanto, se toma como una de las características.

La edad y la edad al cuadrado se usan como una forma de medir la experiencia del trabajador, se espera que a mayor edad el ingreso sea mayor, pero ese incremento con cada año que pasa es un poco menor, por lo que se introduce la edad al cuadrado.

El sexo tiene una incidencia bastante fuerte sobre el ingreso por razones culturales, las diferencias de salario entre un hombre y una mujer, con las demás características iguales, pueden ser bastante significativas, en contra de esta última.

Además de las características del jefe, están las características del hogar que inciden en su ingreso, como la composición por edades. Si dos hogares de igual tamaño difieren en el número de adultos, es probable que el hogar con más adultos tenga mayores ingresos ya que éstos pueden trabajar, mientras en el hogar con más niños éstos no trabajan, o si lo hacen, es en condiciones precarias; en fin, la tasa de dependencia es menor en el primer hogar. Así mismo, si hay niños pequeños, es posible que un adulto permanezca para cuidarlos (en general la mamá) quien por tanto tendrá restricciones para entrar al mercado laboral y generar ingresos.

Ahora bien, si en el hogar hay más de un perceptor de ingresos, el ingreso total del hogar crece; si el cónyuge es perceptor, si otros adultos son preceptores, el ingreso del hogar se incrementará.

El tiempo que lleva conformado el hogar es también una variable que puede influir sobre su ingreso, cuanto más tiempo lleve conformado el hogar más ingreso tendrá; tiene más activos que de una u otra manera le generan ingresos, los hijos son más grandes y, por tanto, habrá mayor potencial de generación de ingresos. La edad del hogar puede ser un importante determinante de los ingresos del hogar.

Por último, el hecho de que el hogar tenga miembros que no pertenezcan a la unidad de gastos también influye en el ingreso de los hogares; el ejemplo más claro es el de pensionistas, ya que si un hogar tiene este tipo de miembros, el hogar recibe ingresos adicionales de estas personas.

II.2 El consumo total corriente

Como se sabe, la variable ingresos es el determinante principal del consumo corriente de los hogares, otras variables que son determinantes del consumo de los hogares son:

El tamaño y la composición por edades de los miembros del hogar, no solo son determinantes de la estructura de gasto, sino también de el nivel total de gastos, ya que cambios en el tamaño y composición del hogar, pueden provocar cambios en el nivel de ahorros y, por tanto, en el gasto total corriente. Al respecto Weiserbs y Guio dicen: “un cambio en el tamaño del

hogar provoca a la vez un efecto ingreso y un efecto sustitución modificando entonces, tanto el nivel de consumo como su estructura”³⁷.

Las necesidades del hogar van cambiando con el curso de la vida (edad del hogar), lo cual influye en los niveles de ahorro y por tanto en el nivel del gasto total corriente del hogar. Otras características que influyen en el consumo es el nivel educativo, el sexo del jefe y la existencia de otros perceptores de ingresos.

Existen, además, otros factores que pueden influir en el comportamiento del gasto, como el gasto del grupo de referencia y el ingreso esperado. La hipótesis de Duesenberry³⁸ es que el consumo depende no solo del ingreso del individuo, sino de la posición relativa del gasto dentro de la clase social a la cual ese individuo pertenece. Por otro lado, también se trata de analizar las hipótesis que señalan que el gasto del hogar baja si el riesgo de no obtener los ingresos esperados aumenta, es decir introduce el motivo precaución como uno de los determinantes del consumo.

II.3 Variables de la ecuación de ingresos.

Las variables incluidas en la ecuación de ingresos fueron:

La edad y la edad del jefe al cuadrado ³⁹, el sexo del jefe, el número de personas de la unidad de gastos por los siguientes grupos de edad: Menores de 1 año, de 1 a 4, de 5 a 11, de 15 a 17, de 18 a 24, de 25 a 39, de 40 a 64 y 65 años y más.

Para tener en cuenta la posición ocupacional y la educación del jefe se trabajó con variables dummy la siguiente combinación:

No activo⁴⁰ sin educación⁴¹ o hasta primaria completa, no activo con secundaria, no activo con superior, obrero sin educación o hasta primaria

³⁷ Weiserbs D. y Guio A.C, op. cit., página 6.

³⁸ Duesenberry: “La renta, el ahorro y la teoría del comportamiento de los consumidores”, Alianza Editorial 1967.

³⁹ La edad no solo se toma como experiencia del jefe, sino que acá podría ser una variable que mide la edad del hogar; es de advertir que otros autores utilizan la edad de la mujer, sea ésta la jefe o la cónyuge del jefe; también cabría la posibilidad de usar la edad del hijo mayor más los años promedio que dura un matrimonio sin hijos, ver Carroll C. “How does future income affect future consumption”, Quarterly Journal of Economics (109), 1994.

⁴⁰ No incluye los pensionados que están en otra categoría.

⁴¹ La variable “no activo sin educación o hasta primaria completa” no está expresamente en la ecuación porque es la de referencia.

completa, obrero con secundaria, obrero con superior, empleado sin educación o hasta primaria completa, empleado con secundaria, empleado con superior, empleado doméstico, independiente sin educación o hasta primaria completa, independiente con secundaria, independiente con superior, patrón sin educación o hasta primaria completa, patrón con secundaria, patrón con superior, pensionado sin educación o hasta primaria completa, pensionado con secundaria, pensionado con superior.

También se introdujeron tres variables dummy una para Medellín, otra para Cali y otra para Barranquilla, siendo Bogotá la ciudad de referencia. Con estas variables se busca tener en cuenta las diferencias que pueden existir entre estas ciudades.

Además hay una variable dummy que vale 1 si el cónyuge del jefe es preceptor de ingresos, otra variable dummy que indica si, fuera del jefe y su cónyuge, también hay personas que son de la unidad de gasto y son preceptoras de ingresos y, por último, una variable con el número de personas que no son de la unidad de gasto (como empleados domésticos o pensionistas).

II.4 Variables de la ecuación de gastos

El logaritmo del ingreso estimado, el sexo del jefe, el nivel educativo del jefe (dummy para secundaria y dummy para superior), el número de personas de la unidad de gastos de los siguientes grupos de edad: 12 a 17 años, 18 a 24 años, 25 a 39 años y 40 a 64 años. Se introdujo también el número de personas del hogar que no son de la unidad de gasto, ya que la existencia de pensionistas o de servicio doméstico causan un aumento en el gasto del hogar. En esta ecuación también se introdujo una variable dummy para cada ciudad con Bogotá como referencia.

Se ha incluido dentro de la ecuación de gastos, la edad y la edad al cuadrado del jefe, para tener en cuenta que las necesidades en el curso de la vida del hogar⁴² varían y no se comportan linealmente.

En la ecuación de gastos se introdujo además, el logaritmo natural del gasto promedio de los hogares cuyos jefes se encuentran en el mismo “grupo

⁴² Weiserbs D. y Guio A.C, *ibid.* página 6.

social”⁴³. Esto se hace con el fin de analizar la hipótesis de Duesenberry sobre la posibilidad de que el gasto del hogar dependa también del gasto de hogares de su misma “clase social”.

Por último, en la ecuación de gastos se ha introducido el residuo y el residuo al cuadrado de la ecuación de ingresos estimados como una medida del riesgo asociado a los ingresos esperados⁴⁴, es decir introducir el motivo precaución como uno de los determinantes del consumo⁴⁵.

Miles muestra como el ingreso del hogar se determina por sus características, parte de las cuales se captan a través de las encuestas con las cuales se hacen las estimaciones; sin embargo, en la práctica, la información de las encuestas es una medición imperfecta de las características que verdaderamente son importantes determinantes del ingreso y de las cuales los individuos tienen más información que lo que han reportado en la encuesta, en aspectos como salud, habilidad y motivación. “Una implicación de esto es que los residuos de la estimación de la ecuación de ingresos reflejará dos cosas: i) El verdadero componente aleatorio del ingreso del hogar (e_i) y ii) una parte de ingreso sistemáticamente relacionado con las características del hogar no medidas por el econométrista (ω_i)”.

Según Miles, este segundo componente del residuo es independiente del primero; añade que un punto clave en el análisis es que el impacto de ω_i sobre el consumo debería ser probablemente mayor que el impacto de e_i , dado que ω_i refleja atributos del hogar y no aspectos aleatorios o posibles choques transitorios. En realidad, el coeficiente de ω_i en la función de consumo debe ser del mismo orden de magnitud del coeficiente estimado de la parte del ingreso sistemáticamente relacionada con el subconjunto de variables medidas por el econométrista. El coeficiente de e_i será mucho más pequeño; solo si el choque sobre el ingreso corriente tiene un efecto permanente (el logaritmo natural del ingreso sigue un paseo aleatorio) el coeficiente de e_i es de magnitud similar al de ω_i . Con información transversal no hay forma desagregar el residuo en los choques aleatorios y en los

⁴³ El “grupo social” está definido por el nivel educativo y la posición ocupacional; se tienen 25 grupos: seis por posición: inactivos (sin pensionados), obreros, empleados, independientes, patronos y pensionados por cuatro de niveles de educación: Ninguno, primaria, secundaria y superior, esto hace 24 grupos, el último es el de empleados domésticos.

⁴⁴ Carroll C: “How does future...” op. cit. y Miles David. “A household survey level study of determinants of incomes and consumption”, 1997 *The Economic Journal*, No. 107.

⁴⁵ Browning M. y A. Lusardi: “Houshold saving: Micro Theories and Micro Facts”, *Journal of Economic Literature*, Vol. XXXIV, diciembre de 1996.

componentes sistemáticos; sin embargo se puede incluir el residuo como un determinante del consumo y su coeficiente reflejará la variabilidad relativa de ω y e entre los hogares y el grado de persistencia en e . Se pueden también valorar los determinantes del riesgo de ingreso, considerando, en el análisis transversal, la relación entre el residuo al cuadrado de los ingresos y las características del hogar⁴⁶.

Cabe advertir que este residuo al cuadrado es un estimador sesgado hacia arriba, de la verdadera incertidumbre del hogar i ⁴⁷. Se puede sin embargo utilizar la información sobre la variabilidad del logaritmo del ingreso del hogar alrededor de su valor estimado (\hat{u}_i^2), un término convexo en la varianza del ingreso, que representa en forma aproximada el impacto de la incertidumbre del ingreso y mide su importancia.⁴⁸

En los resultados de Miles, el coeficiente de ω es un poco menor que el coeficiente del ingreso estimado, un resultado esperado si se acepta que gran parte de la desviación entre el ingreso observado y estimado (aproximación del ingreso permanente) se debe a la influencia, sistemática, no transitoria, de las características del hogar que no son observadas pero que los hogares conocen. Como el coeficiente de ω es algo menor que el del ingreso estimado, Miles concluye que con esos resultados se rechaza la hipótesis de que los choques sobre el ingreso tengan efectos permanentes. Los coeficientes del residuo al cuadrado son negativos, lo cual es consistente con la existencia de ahorro por motivo precaución.

II.5 Los resultados

En esta parte se presentan los resultados de las ecuaciones estimadas, en primer lugar la ecuación de ingresos y luego la de gastos. Se mencionan primero dos aspectos generales de las estimaciones:

a) Se hicieron varios ejercicios con diferentes ecuaciones en los que se modificaba la desagregación de algunas de las variables incluidas, como la clasificación por grupos de edad de los miembros del hogar y la calificación por educación y posición ocupacional del jefe. Por ejemplo, para el caso de los grupos de edad se hicieron diferentes ensayos, primero con una mayor

⁴⁶ Miles David. "A household survey" op. cit. página 9.

⁴⁷ Sea \hat{u}_i el residuo de la ecuación de ingresos, entonces $E(\hat{u}_i)^2 = \sigma_{ei}^2 + \sigma_{oi}^2$ dado que e y ω son independientes.

⁴⁸ ibid. Página 10.

desagregación, intervalos de un año, luego con intervalos de edad más amplios, intervalos de dos años, y así sucesivamente. Para las agregaciones posteriores a la primera se tuvo en cuenta la significancia estadística de las variables consideradas (estadístico t) y la variación en la función de verosimilitud de cada agregación, recurriendo a la prueba de relación de verosimilitud⁴⁹. Algo similar se hizo con los grupos "socio ocupacionales".

b) En las ecuaciones de ingresos y de gastos la hipótesis de heteroscedasticidad no se puede rechazar⁵⁰, por tanto los estadísticos t que se emplearon corresponden a los valores corregidos (estimaciones robustas) utilizando la matriz de covarianzas corregida de White⁵¹.

En el Cuadro 1.1 se presentan los resultados de la estimación de los ingresos y en el 1.2 los de los gastos. En el anexo se dan los significados de las variables incluidas en cada una de las regresiones.

II.5.1 La ecuación de ingresos

Los resultados de la ecuación de ingresos son, en general, los esperados: El ingreso del hogar crece, en forma decreciente con la edad del jefe y llega a un máximo a los 55 años de edad (*ceteris paribus*), sin embargo a los 42 años el crecimiento del ingreso ya es menor al 1% por año cumplido. Se destaca entonces, con respecto a esta variable, un incremento importante en el ingreso por cada año, pero con un decrecimiento bastante rápido.

En cuanto al sexo del jefe, se obtiene lo esperado, los hogares con jefe mujer reciben un ingreso que, en promedio, es menor en un 15%.

En cuanto a diferencias por ciudades se obtiene que los hogares de Medellín y Barranquilla reciben un ingreso sustancialmente menor que los de Bogotá (18% y 38% menos en promedio), en cuanto a Cali se obtiene que los hogares recibirían un ingreso mayor que los de Bogotá. Una explicación posible de esto, es que para la época de la encuesta, la ciudad de Cali, vivía

⁴⁹ Intriligator Michael, R. Bodkin, Cheng Hsiao: "Econometrics Models, Techniques, and Applications". Segunda edición, 1996, Prentice Hall, USA. Ver también Weiserbs, op. Cit.

⁵⁰ Se utilizaron diferentes pruebas y en todas ellas esta hipótesis no se pudo rechazar, éstas son: Breush- Pagan, Harvey y Breush- Pagan- Godfray. Ver Alfonso Novales "Econometría", Segunda Edición, 1993, McGraw-Hill. España.

⁵¹ Estas estimaciones robustas son utilizadas por Weiserbs op. cit., y Miles op. cit. y su tratamiento se puede ver en Novales página 197, op. cit. El trabajo de White se llama "A Heteroskedasticity consistent covariance matrix estimator and a direct test for heteroskedasticity" *Econometrica*, mayo de 1980.

un auge económico importante y lo cual probablemente, influyó en mayores ingresos para los hogares de esa ciudad.

Cuando se observa el comportamiento de los ingresos de los hogares con respecto a la composición por edades de sus miembros se obtiene lo esperado: Los hogares con niños menores de 11 años tendrían ingresos menores que aquellos que no los tienen, así un hogar con un niño menor de 4 años, tiene en promedio, un ingreso menor que otro sin niños, de 6%; para los hogares con niños entre 5 y 11 años el menor ingreso de los hogares es de 1.8%; por el contrario para los hogares una persona mayor de 18 años significa un mayor ingreso; por ejemplo una persona entre 25 y 39 años significa un 18.2% de mayores ingresos para el hogar.⁵² Este comportamiento, como ya se explicó, se debe a que en un hogar con niños éstos no reciben ningún ingreso y, además, es probable que alguien se deba quedar en la vivienda para cuidarlos. En cambio, en un hogar con personas adultas, es probable que haya más aportantes y, por tanto, mayores ingresos.

Para analizar lo que sucede por grupos de educación y posición ocupacional del jefe, se toman como hogares de referencia aquellos con jefes no activos sin educación o hasta primaria completa (variable PO0NI01).

Hay tres grupos de hogares, que en razón al nivel educativo del jefe y su posición ocupacional reciben menos ingresos que el hogar de referencia (*ceteris paribus*): Los jefes empleados domésticos sin importar el nivel educativo, cuyos hogares tienen un ingreso menor en 20%, los otros dos grupos son los obreros con primaria completa o menos y los independientes con primaria completa o menos que, en promedio, tienen un 10% menos de ingresos.

Hay tres grupos cuyos coeficientes no son significativamente diferentes de cero y, por tanto, no se diferencian de los hogares del grupo de referencia, estos son: Los empleados con primaria completa o menos, los patrones con primaria completa o menos y los pensionados con primaria completa o menos.

Los otros grupos tienen coeficientes más altos que los del grupo de referencia, especialmente los que han alcanzado nivel educativo superior. Así todos los grupos con nivel de educación superior tienen ingresos, al menos,

⁵² Dentro de las variables de personas por edad está excluido el jefe.

un 70% mayores que los del hogar de referencia. Se puede hacer una ordenación de los hogares según la categoría ocupacional y el nivel educativo del jefe. A mayor nivel educativo más ingresos del hogar, lo cual se cumple en todas las categorías; también se observa que, controlando por nivel educativo, los hogares con mayores ingresos son los que tienen jefes patronos, después siguen los empleados y luego los independientes. Nótese que los empleados domésticos no se desagregan por niveles educativos, ya que las diferencias entre los tres niveles en esa categoría no son significativas.

Es interesante ver como, la existencia de otros perceptores dentro del hogar aumenta en forma importante el ingreso del hogar: así, los hogares donde el cónyuge es perceptor tienen, en promedio, un 20% de ingresos adicionales; lo mismo que los hogares con otro perceptor diferente al jefe o al cónyuge reciben ingresos adicionales de 18%.

Por último, se observa que los hogares con personas diferentes a las de la Unidad de Gasto, reciben en promedio. 38% más de ingresos que aquellos que no los tienen.⁵³

II.5.2 La Ecuación de Gastos

La estimación de esta ecuación da resultados que vale la pena resaltar: En primer lugar se destaca que si bien el ingreso influye positivamente sobre el gasto (ninguna novedad), el parámetro asociado al residuo de la ecuación de ingresos (la variable en la ecuación se llama error) es mayor que el parámetro asociado directamente a la variable ingresos. La elasticidad del gasto corriente con respecto al ingreso es de 0.76 y con respecto al residuo de la ecuación de ingresos es de 0.9. La interpretación de este resultado se presenta más adelante, en el punto 2.

Otra variable con un alto coeficiente es el de número de personas del hogar que no son de la unidad de gasto (PERFU_UG): en promedio, un hogar con una persona que no sea de la UG gasta un 11% más que uno sin personas diferentes a las de la UG. Los valores de los otros parámetros encontrados son los esperados: un incremento decreciente del gasto con respecto a la

⁵³ Recuérdese que las personas del hogar que no son de la UG son los empleados domésticos que duermen en el hogar donde trabajan y los pensionistas. En el caso de los pensionistas, es claro que un hogar con éstos tiene, más ingresos, ceteris paribus, que uno sin ellos; pero dado que se quiere explicar los ingresos del hogar, el caso del servicio doméstico residente en el hogar es diferente: no explica los mayores ingresos de éste, sino al revés: un hogar tiene servicio doméstico residente porque tiene mayores ingresos.

edad del jefe, un gasto mayor (en 3.6% en promedio) de los hogares con jefe hombre, *ceteris paribus*, en los hogares con el mismo número de personas tienen mayores gastos aquellos donde hay menos niños, así el coeficiente asociado con la variable personas de 0 a 11 años no es significativamente diferente de cero, mientras que una persona adicional de 12 a 17 años aumenta el gasto en 2.3%, una de 18 a 24 en 2.9%, una de 25 a 39 en 4% y una de 40 en adelante en 3.4%; también se observan diferencias en la magnitud del gasto según sea el nivel educativo del jefe, *ceteris paribus* un hogar cuyo jefe alcance educación superior tiene 9% más gastos que el hogar con jefe sin ningún grado de educación, los hogares con jefe con educación secundaria gastan un 7% más y los de primaria un 3.3%; por último observando por ciudades se encuentra que los hogares con mayores gastos son los de Bogotá, y Cali (la diferencia entre esta ciudad y Bogotá no es significativa), en Medellín, el gasto con respecto al de Bogotá, es 2.7% menor y, en Barranquilla 9.3%.

Vale la pena analizar más en detalle algunos resultados como son: el efecto Duesenberry, el coeficiente asociado al residuo de la ecuación de ingresos, el coeficiente asociado al residuo al cuadrado de la ecuación de ingresos (motivo precaución) y hablar un poco de la variable de personas fuera de la unidad de gastos (PERFU_UG).

- 1) Se dijo antes que se quería verificar la hipótesis de Duesenberry acerca de que el gasto de los individuos o de los hogares está influenciado por el gasto de los individuos del mismo grupo social al que pertenece el individuo. Aquí se identificaron los grupos “sociales”, como se explicó atrás y se incluyó el gasto promedio de ese grupo dentro de la ecuación de gastos (LNGAME). Como se puede observar en los resultados, el parámetro asociado es positivo y significativo, se obtiene que, en promedio, el gasto del hogar con respecto al gasto del grupo, tiene una elasticidad de 0.1, que es pequeña pero no despreciable, es decir, que no se puede rechazar la hipótesis de una influencia del grupo social en el gasto total de los hogares.
- 2) El coeficiente de residuo de la ecuación de ingresos, es mayor, incluso, que el de la variable ingresos. Esto puede indicar que una parte importante de la desviación del ingreso estimado con respecto al ingreso real, se debe a la influencia de algunas características del hogar que no se captan en la encuesta pero de las cuales los

informantes tienen conocimiento. Este resultado es contrario al esperado, y puede presentarse porque el número de variables omitidas sea muy alto, o la proporción de hogares cuyos ingresos sean muy inestables sea alta (una proporción alta de informales).

- 3) El Motivo precaución: El coeficiente de los residuos al cuadrado, que se ha tomado como una estimación de la incertidumbre del hogar de obtener el ingreso esperado, muestra la existencia de un motivo precaución que hace que en la medida que aumente en el hogar la incertidumbre sobre ingresos, el consumo del hogar tiende a disminuir. Por cada unidad porcentual que el ingreso del hogar se aleja del esperado, el consumo disminuye en 0.35%. Si la variabilidad promedio del ingreso se duplica, la reducción promedio del gasto es de 2.2%.
- 4) La importancia de las personas del hogar que no son de la Unidad de Gastos (PERFU_UG): Ya se ha visto que por cada persona en el hogar que no pertenezca a la Unidad de Gastos, el gasto es, en promedio, 11% mayor, lo que implica que hogares con pensionistas o con servicio doméstico residente, tienen mayores gastos, probablemente en alimentación y pago de algunos servicios de la vivienda.

Conclusiones del Capítulo

En este capítulo se ha analizado las variables que inciden en el ingreso y gasto total de los hogares, teniendo en cuenta no solo las variables de nivel educativo y actividad económica de los jefes del hogar, sino teniendo en cuenta la composición por edad y sexo de las personas del hogar, los otros aportantes del hogar y la existencia o no de personas en el hogar que no hagan parte de la Unidad de Gasto. Por el lado del gasto se han trabajado no solo las variables con incidencia más conocida como son el ingreso y el tamaño y composición del hogar, sino que además se ha tratado de incluir variables que se sabe inciden en el gasto, pero que son difíciles de tratar: de nuevo las personas del hogar que no son de la UG principal, el residuo al cuadrado de la ecuación de ingresos que trata de captar la incertidumbre del hogar de recibir su ingreso esperado y el efecto Duesenberry, medido a través del gasto de los hogares cuyos jefes pertenecen al mismo “grupo socioeconómico”, medido como una combinación de educación y posición ocupacional.

Para analizar los efectos de las diferentes variables sobre gastos e ingreso se hizo un ejercicio econométrico donde se estimó el ingreso y con el ingreso estimado se hizo una estimación de los gastos del hogar. Los resultados muestran la importancia de cada una de las variables consideradas en la determinación de los ingresos y gastos de los hogares.

Los resultados de la ecuación de ingresos son bastante conocidos: la posición ocupacional y la educación son de las variables que quizás más explican las diferencias de ingresos de los hogares; la edad y el sexo del jefe son también variables de importancia; pero quizás lo más destacable tiene que ver la importancia que tiene sobre el ingreso la composición por edades de las personas del hogar, la existencia de otros perceptores y la existencia de personas que no sean de la UG. Los resultados muestran que los hogares donde hay niños menores de 11 años reciben menos ingresos, lo cual puede estar asociado con que algún adulto debe quedar con ellos para cuidarlos, o con hogares jóvenes que tienen pequeños y pocas oportunidades de trabajo.

La existencia de otros perceptores indudablemente mejora el bienestar económico de los miembros del hogar ya que ello implica un ingreso que, en promedio, es 20% superior. Por último los resultados muestran claramente que los hogares con personas que no son de la UG tienen ingresos significativamente más altos que los otros. Sin embargo, a la hora de explicar este resultado está la dificultad del sentido de la “causalidad”, ya que lo que se quiere encontrar son los determinantes del ingreso y, en este caso, si recordamos que los miembros del hogar que no son de la UG son los empleados domésticos y los pensionistas, podemos deducir que efectivamente estos últimos pueden “causar” mayores ingresos en los hogares, pero en el caso de los empleados domésticos es todo lo contrario, ellos son “consecuencia” de los mayores ingresos.

En cuanto a los gastos, de nuevo se tiene que para ciertas variables los resultados dan lo esperado; el ingreso es la principal variable que determina los gastos, los mayores niveles de educación del jefe se asocian a mayores gastos, entre más personas adultas o adolescentes hay, los gastos son mayores. Sin embargo se deben destacar ciertos resultados que tienen que ver con el residuo de la ecuación de ingresos, cuyo parámetro incluso da mayor que el del ingreso (se esperaba que diera del mismo orden pero en todo caso menor) lo cual se explica en

parte, porque este residuo constituye, en realidad, una componente específica del ingreso del hogar, no ligada a las variables explicativas de la ecuación de ingresos⁵⁴. Además, ese residuo también está relacionado con lo permanente o transitorio que pueden ser los efectos de algún choque que reciba el hogar. La incertidumbre que sobre los ingresos tiene el hogar (medida con el residuo al cuadrado), tiene un pequeño, pero significativo impacto sobre el gasto de los hogares, ya que al crecer la incertidumbre el gasto disminuye, lo que constituye una especie de motivo precaución que tendrían los hogares. Por último, se debe destacar que la hipótesis de Duesenberry no se puede descartar con los resultados aquí obtenidos, ya que cambios en el gasto promedio de los “grupos sociales” afectan efectivamente el gasto de los hogares pertenecientes al grupo.

⁵⁴ Recuérdese que el ingreso de la ecuación de gastos es el estimado.

Anexo al Capítulo 1

Variables incluidas en las ecuaciones de ingresos y de gastos

La ecuación de ingresos tiene las siguientes variables:

La edad del jefe (EDADJEFE)

La edad al cuadrado del jefe (EDAD2F)

El sexo del jefe (SX)

Dummys para variables de posición ocupacional y nivel educativo del jefe:

PO0NI2= Desempleados o inactivos con secundaria

PO0NI3= Desempleados o inactivos con superior

PO1NI0= Obrero sin educación o hasta primaria completa

PO1NI2= Obrero con secundaria

PO1NI3= Obrero con superior

PO2NI0= Empleado sin educación o hasta primaria completa

PO2NI2= Empleado con secundaria

PO2NI3= Empleado con superior

PO3= Empleado doméstico

PO4NI0= Independiente sin educación o hasta primaria completa

PO4NI2= Independiente con secundaria

PO4NI3= Independiente con superior

PO5NI0= Patrón sin educación o hasta primaria completa

PO5NI2= Patrón con secundaria

PO5NI3= Patrón con superior

PO6NI0= Pensionados sin educación o hasta primaria completa

PO6NI2= Pensionado con secundaria

PO6NI3= Pensionado con superior

DUMMYS de ciudades, Bogotá la de referencia

VILLE1 = Medellín

VILLE2 = Cali

VILLE3 = Barranquilla

PERCIB = Dummy para cónyuge preceptor (1 si es preceptor)

OTRPER = Dummy para otros preceptores en la unidad de gasto

P0= Población menor de 1 año

P1_4= Población de un año a menos de cinco

P5_11= Población de cinco años a menos de 12

P12_14= Población de doce a menos de 15 años

P15_17= Población de 15 a menos de 18 años

P18_24= Población de 18 a menos de 25 años

P25_39= Población de 25 a menos de 40 años

P40_64= Población de cuarenta a menos de 65 años

P65Y= Población mayor de 65 años

PERFU_UG= Número de personas del hogar que no son de la UG.

La ecuación de gastos tiene las siguientes variables:

LOGYEST= Logaritmo natural del ingreso estimado

LNGAME= Logaritmo natural del gasto medio de los hogares del mismo grupo educativo ocupacional
ERROR= Término de error de la ecuación de ingresos
ERROR2= El mismo término de error al cuadrado
ERROR3= Término de error al cubo.
EDADJEFE= Edad del jefe
EDAD2F= Edad al cuadrado del jefe
SX= Dummy para sexo del jefe (1= hombre)
Dummies para educación del jefe (si educación es la referencia)
PRIMAR= Jefes con primaria
SECUND= Jefes con secundaria
SUPER= Jefes con superior
DUMMYS de ciudades, Bogotá la de referencia
VILLE1 = Medellín
VILLE2 = Cali
VILLE3 = Barranquilla
P0_11= Población de cero a menos de 12
P12_17= Población de doce a menos de 17 años
P18_24= Población de 18 a menos de 25 años
P25_39= Población de 25 a menos de 40 años
P40_64= Población de cuarenta a menos de 65 años
PERFU_UG= Número de personas del hogar que no son de la UG.

III. Las escalas equivalentes aproximaciones y problemas⁵⁵

Para tener una buena medida de pobreza es necesario estimar las necesidades de las personas por edad y las posibles economías de escala (es importante no confundir esos dos conceptos, si viven dos adultos en un hogar y llega un niño, las necesidades aumentan pero no proporcionalmente y en ello juegan los dos efectos, el de economías de escala en consumo y el de que las necesidades de un niño, en general, son menores que las de algún adulto). Para medir las economías de escala habría que analizar los cambios de tamaño de hogar en personas equivalentes.

Para estimar, tanto los adulto equivalentes como la economías de escala, se utilizó la misma forma funcional, el sistema de Working y Leser o alguna de sus extensiones

$$w_i = \alpha_i + \beta_i \ln(x/n) + \delta_i \ln(n) + \sum_j \gamma_{ij} (n_j)$$

donde w_i = participación del bien i en el gasto total

x = gasto total

n = número de personas del hogar

n_j = personas del grupo j

Con algunas variantes en cada uno de los casos.

III.1 Adulto Equivalente

La idea general es que al llegar una nueva persona al hogar, dado que todo lo demás está constante, hay una pérdida de bienestar para las antiguas personas del hogar, porque ahora habrá que gastar en el recién llegado y, como los ingresos son constantes, esto implica una disminución de gastos en algunos bienes. Para medir cuánto vale el recién llegado se calcula cual sería el ingreso adicional necesario para que los antiguos miembros del hogar recobraran su bienestar.

Se han hecho tres estimaciones de adulto equivalente, ejercicio con el que se quiere ilustrar la dificultad de llegar a un acuerdo para encontrar un método

⁵⁵ Lo que viene se basa en el libro de Deaton, *The Analysis of Household surveys: A microeconomic approach to Development Policy*, 1997, Johns Hopkins University Press. Capítulo 4. y Deaton y Muelbauer, *On Measuring child costs: With applications to Poor Countries*. JPE, No. 94, 1986.

aceptado de cálculo. En primer lugar se trabaja con la metodología de Engel, luego con la de Rothbarth y luego utilizando dietas de costo mínimo y el SLG.

La metodología de Engel utiliza dos constataciones empíricas: i) entre más bajos sean sus gastos totales, los hogares gastan una mayor proporción en alimentos y ii) si dos hogares tiene el mismo gasto total, el hogar de mayor tamaño gastará una mayor proporción en alimentos. Cuando llega un niño a un hogar, la proporción de gastos en alimentos (con el gasto total constante) aumenta y el costo del niño sería igual al monto en que habría que incrementar el ingreso del hogar para que su participación en el gasto de alimentos disminuyera al nivel anterior al de la llegada del niño.

Deaton critica esta aproximación ya que la participación del gasto en alimentos aumentará incluso si el hogar es compensado por la pérdida de ingreso real causada por la llegada de un niño y afirma que habría que darle todavía más ingreso para que bajase esa participación. En su criterio el método de Engel sobrestima el costo de los niños.⁵⁶

En el método de Rothbarth se supone que al llegar un niño a un hogar el gasto de los adultos disminuye y, por lo tanto, su bienestar. El costo del niño sería el incremento de ingreso que tendría que tener ese hogar para que el gasto de los adultos fuese igual al de la situación inicial. Deaton y Muelbauer afirman que con este método se subestima el costo del niño.

Para realizar las estimaciones que se presentan a continuación se trabajó con:

- a) Tres grupos de edad: 0 a 7 años, 8 a 17 años y 18 y más, aunque se hicieron varias desagregaciones o agregaciones de grupos de edad;

⁵⁶ Deaton afirma: " Que la participación del gasto en alimentos no indica correctamente el bienestar para hogares con diferente composición (demográfica) ha sido argüido convincentemente por Nicholson (1976)". Su argumento es el siguiente. Considere el nacimiento de un niño de una pareja que previamente no tenía niños, y suponga que se conoce la verdadera compensación, definida como el monto de dinero necesario para sostener al niño sin afectar el consumo de los padres. Si esta compensación se hace efectiva, los padres están exactamente en el mismo nivel de bienestar y probablemente su patrón de consumo seguirá siendo como antes. Sin embargo, el patrón de consumo del niño es diferente del de los padres, en particular el del niño estará relativamente sesgado hacia alimentos, que es de los pocos bienes consumidos por los niños pequeños. Como resultado, incluso cuando la compensación efectiva es la correcta, el patrón de consumo del hogar se inclinará hacia alimentos en comparación con el patrón anterior al nacimiento del niño. Pero de acuerdo con Engel, la participación en alimentos es un indicador inverso del bienestar, así que el hogar está peor, y requiere una compensación adicional para reducir la participación en alimentos a su nivel original. Resultado: la compensación de Engel está sobreestimada , y las estimaciones del costo de los niños con la metodología de Engel es demasiado alta.

éstas fueron las mejores. A su vez, se estimaron varias versiones del modelo de

b) Working y Leser para alimentos y para el grupo de bienes de los adultos y, finalmente, se trabajó con la siguiente ecuación:

$$w_i = \alpha_i + B_i \ln\left(\frac{x}{n}\right) + \delta_i \ln(n) + \gamma_1 \left(\frac{n_{0-7}}{n}\right) + \gamma_2 \left(\frac{n_{8-17}}{n}\right) \quad (A)$$

donde n_{0-7} es el número de personas de 0 a 7 años y n_{8-17} el número de personas de 8 a 17 años.

Se consideraron como bienes exclusivamente consumidos por los adultos los siguientes:

Bebidas alcohólicas, cigarrillos, cigarros y tabaco, vestido y calzado de hombre y de mujer, tinturas para el cabello, cremas de belleza, corte de pelo y peinado para mujer, corte de pelo para hombre, tratamiento de belleza en general, baños turcos, saunas y masajes.

Una ecuación como (A) se estimó entonces para el grupo de alimentos y para el conjunto de bienes de los adultos.

Para medir el costo de un niño menor de ocho años con el método de Engel se hizo el mismo ejercicio presentado por Deaton⁵⁷: estimar la proporción que un hogar de dos adultos gasta en alimentos e igualar a la proporción del gasto en alimentos de un hogar con dos adultos y un niño menor de ocho años:

En el caso de un hogar con solo dos adultos la ecuación (A) se expresa:

$$w_i = \alpha_i + B_i \ln(x_0) + (\delta_i - B_i) \ln(2)$$

En el caso de un hogar con dos adultos y un niño entre cero y siete años, la ecuación es:

$$w_i = \alpha_i + B_i \ln(x_1) + (\delta_i - B_i) \ln(3) + \left(\frac{1}{3}\right)\gamma_1$$

⁵⁷Deaton, The Analysis of Household surveys... op. cit.

La idea del método de Engel es igualar la participación del gasto de alimentos en ambos hogares y así obtener el diferencial de gasto total de los dos hogares. Ese sería el costo del niño:

Al igualar ambas expresiones se obtiene que la relación de gastos totales entre los dos hogares es:

$$\ln\left(\frac{x_1}{x_0}\right) = \frac{1}{B_i} \left((\delta_i - B_i) \ln\left(\frac{2}{3}\right) - \left(\frac{1}{3}\right) \gamma_1 \right)$$

Una expresión similar se obtiene para el niño de ocho a diecisiete años.

A diferencia del método de Engel, donde se iguala la participación del gasto de alimentos de los dos tipos de hogares, en el método de Rothbarth lo que se debe igualar es el gasto (no la participación) en bienes de adultos de los dos tipos de hogares y de allí sacar el gasto total de cada uno para así comparar. Esto se puede hacer de dos maneras utilizando la forma funcional con la que estamos trabajando. La primera es igualando el gasto en bienes de adultos de los dos hogares es decir:

$$(\alpha_i + B_i \ln(x_0)) + (\delta_i - B_i) \ln(2) x_0 = (\alpha_i + B_i \ln(x_1)) + (\delta_i - B_i) \ln(3) + \left(\frac{1}{3}\right) \gamma_1 x_1$$

y encontrar los valores de x_0 y x_1 que igualan ambas expresiones. En este caso no hay una solución analítica como en el caso anterior pero, además, no hay una única solución, sino que ésta depende del nivel de gasto total con que se trabaje.

La otra forma es valorar al niño como la tasa de inversión equivalente. Deaton define la tasa de inversión equivalente de un niño sobre los artículos de adultos como la fracción por la cual el gasto per cápita tendría que ser reducido, para inducir una reducción en el gasto de artículos de adultos igual a la que se produce con un niño adicional. Esta tasa es igual, entonces, a:

$$\pi_{ij} = \frac{\frac{\partial x_i}{\partial n_j}}{\frac{\partial x_i}{\partial x} \frac{x}{n}}$$

donde x_i es el gasto en el bien i . Para la forma funcional que se trabaja la tasa de inversión equivalente de un niño de cero a siete años sobre los artículos de los adultos es:

$$\pi_{a0-7} = \frac{(\delta_a - B_a) + \gamma_{a0-7} - \frac{n_{0-7}}{n} \gamma_{a0-7} - \frac{n_{8-17}}{n} \gamma_{a8-17}}{B_a + w_a}$$

Donde el subíndice a indica que corresponde al grupo de bienes de los adultos. Esta medida no es constante ya que varía con w_a .

Deaton sugiere que, como en el caso de las elasticidades, se calcule en el valor medio.

En el cuadro No. 2.1 se presentan los resultados de las estimaciones de Working y Leser y el costo de los niños según las diferentes metodologías descritas.

Como se observa, los resultados son totalmente diferentes. Con la metodología de Engel un niño de cero a siete años vale el 65% de un adulto, mientras que con el método de Rothbarth vale entre un 37% y un 32%. Esto confirma las afirmaciones de Deaton en el sentido de que con la metodología de Rothbard el valor de un niño es menor del que se encuentra utilizando la metodología de Engel. Por otro lado, se debe destacar un hecho curioso: en las tres metodologías el valor de un niño de 8 a 17 años resulta menor que el de cero a siete.

Sobre estos resultados se deben hacer varios comentarios: ¿cómo explicar que “valga” más un niño de 0 a 7 años que uno de 8 a 17? Este resultado va en contra de lo que se supone son las necesidades de los niños en este grupo de edad. Además, contradice resultados encontrados con metodologías totalmente diferentes a las utilizadas acá. En la ecuación de alimentos se observa que el coeficiente asociado a la proporción de niños de 0 a 7 años es de menos 0.046 (-0.046) mientras que asociado con los de 8 a 17 años es de menos 0.056 (-0.056), es decir un aumento en un 1% de la proporción de niños de 8 a 17 disminuye más el consumo relativo de alimentos que uno de 0 a 7 años, lo cual explica los resultados del método de Engel, pero ¿Cómo explicar estos resultados, cuando se sabe que un niño de 8 a 17 años consume más alimentos que un niño pequeño (o incluso, que los adultos, ver abajo)?

En el caso de la regresión de la participación de los bienes “para adultos” sucede lo mismo, un aumento en la proporción de niños de 8 a 17 años hace disminuir menos el consumo de los adultos, que el aumento en la proporción de niños de 0 a 7 años, por lo cual los resultados del método de Rothbarth también valoran más a un niño pequeño que a uno más grande. Sin embargo, en este caso, los resultados de la regresión si permiten hacer conjeturas: La definición de los bienes “para adultos” podría estar incidiendo en los resultados obtenidos, no es muy claro que no haya niños mayores de once o doce años que fumen o incluso que consuman bebidas alcohólicas, además, el gasto en vestido y calzado para estos niños se puede haber confundido con los gastos de los adultos; especialmente en el límite superior del intervalo.⁵⁸

Otro comentario que permite hacer los resultados tiene que ver con las críticas que autores como Deaton hacen al llamado método de Engel; éstas no parecen justificadas, ya que si bien el método de Engel utiliza una constatación empírica sin mucha justificación teórica, lo cual la hace arbitraria, la alternativa propuesta es igualmente arbitraria y no permite un manejo adecuado de la información, al introducir un concepto poco claro como es el llamado gasto en “bienes para adultos”. Además, como en el caso señalado con los alimentos, puede pasar que un hogar, pese a haber sido compensado completamente por los costos de los niños, disminuya el consumo en bienes de adultos, como salidas a cines, restaurantes, teatros y otro tipo de diversiones para adultos ya que los niños no van a esos sitios.

La pregunta es ¿realmente la estimación del valor de un niño, en términos de adulto, de entre 65% y 55% es muy alta? ¿su verdadero valor se acerca más al 20% – 30%?

En las últimas dos columnas al final del cuadro 2.1 se presenta el valor de los niños utilizando la Dieta de Costo Mínimo (DCM) y los parámetros de subsistencia del SLG. Es destacable que con DCM el valor de los niños es incluso mayor que el que resulta de la metodología de Engel⁵⁹, y que en el caso de los niños de ocho a diecisiete años su valor es mayor que el adulto.

⁵⁸ Se debe aclarar que la Encuesta de Ingresos y Gastos pregunta separadamente el gasto de vestido y calzado para adultos del de vestido y calzado para niños.

⁵⁹ Esta afirmación no es del todo cierta, ya que al dividir el costo de un niño de 0 a 7 años sobre el costo adicional de un adulto, el resultado es de 85.5%, es decir daría casi el 86% encontrado con la DCM.

Las estimaciones así encontradas darían la razón al método de Engel; pero ¿Cómo explicar los resultados de la DCM?

Normalmente, cuando se hacen equivalencias de adulto con las necesidades de alimentos, solo se utilizan los requerimientos de calorías y, a veces de proteínas, esto realmente subestima las necesidades relativas de los niños, ya que estos requerimientos son los más fáciles de satisfacer, pero cuando se tienen en cuenta otros nutrientes, la valoración de los niños en términos de los adultos aumenta, e incluso un adolescente “vale” más que el adulto. La necesidad de calorías es mucho menor en los niños que en los adultos; pero las distancias entre los requerimientos de otros nutrientes (como vitaminas y minerales) entre niños y adultos son mucho menores que las que hay en calorías, además el precio de esos nutrientes es más alto que el de las calorías. Todo esto contribuye a que las diferencias de costos de las DCM entre adultos y niños no sean muy altas (o incluso el valor de la DCM de los adolescentes supere la de los adultos).

Se puede afirmar, entonces, que la utilización de calorías y proteínas para determinar las escalas de adulto equivalente de un niño, subestima su valor.

Con los valores de subsistencia del SLG sube todavía más el valor de los niños. Para obtener esos valores se utilizó como gasto de subsistencia exógeno el de alimentos de las DCM. Con estas estimaciones, un niño de 0 a 7 años vale el 90% de un adulto y el de 8 a 17 vale casi un 20% más.

El todavía mayor aumento del “valor” de los niños se debe básicamente, a que en Colombia una proporción importante de la educación es financiada por los hogares.

Estos resultados ponen en duda la supuesta sobreestimación que el llamado método de Engel hace de los niños.

III.2 Economías de escala

Como se ha mencionado, las economías de escala en el hogar resultan de la existencia de bienes que pueden ser compartidos por varios miembros del hogar sin rivalidad, es decir, de bienes públicos dentro del hogar, para lo cual

se debe estimar el θ^{60} (proporción en que crecen las necesidades cuando crece el número de adultos).

Existe un método, también conocido como de Engel que, como en el caso anterior, proviene de dos evidencias empíricas: la primera, ya tratada aquí, por la cual, a medida que aumenta el gasto, la proporción de gasto en alimentos baja y, la segunda, es que, con gasto per cápita total constante, a medida que aumenta el tamaño del hogar la participación del gasto de alimentos baja.

Dadas estas dos evidencias empíricas, el método de Engel para hallar el factor de economía de escala, toma el hogar de un tamaño dado, al aumentar de tamaño (dejando el gasto per cápita constante) baja la proporción del gasto en alimentos, y para aumentar esta proporción al nivel inicial, el gasto per cápita debe disminuir. La diferencia entre estos dos gastos per cápita es el factor monetario de escala⁶¹. Ilustro esto con un ejemplo:

Sea g_0 el gasto per cápita inicial cuando el hogar es de tamaño n y w_0 la participación inicial del gasto en alimentos. Si ahora, el hogar es de tamaño $2n$, la participación del gasto en alimentos es, ahora, de w_1 ($w_1 < w_0$) y sea g_1 el gasto per cápita para que, con el tamaño $2n$, el hogar tenga una participación en gastos de alimentos igual al inicial, es decir w_0 .

Entonces, $2g_1 = 2^\theta g_0$ donde θ es el factor de escala.

Se estima, así, la ecuación de participación del gasto en alimentos:

$$w = \alpha + B \ln\left(\frac{x}{n}\right) + \delta \ln(n)$$

Donde θ se calcula como $1 - \delta / \beta$.

En el Cuadro No. 2.2 se observan los resultados de la regresión. θ toma un valor de 0.862, es similar al encontrado en la India según muestra Deaton⁶², pero más pequeño que los que encontró Ravallion, según el mismo Deaton.

⁶⁰ En la página 7 ya se ha dado la definición de θ , parámetro que mide las economías a escala.

⁶¹ Deaton, Angus y Christina Paxson: "Economies of Scale, household size and demand for food", Research Program in Development Studies, Princeton University, publicado en Journal of Political Economy, 1998 vol.106, No. 5.

⁶² Deaton, The Analysis of Household surveys... op. cit

Deaton y Paxon proponen la siguiente forma de medir las economías de escala: dado que los bienes donde más se presentan este tipo de economías se pueden considerar como públicos dentro del hogar, la llegada de una nueva persona no afecta la disponibilidad de esos bienes. Entonces, en términos relativos, el precio de esos bienes para el hogar baja, con relación a los bienes privados, lo cual hace que, por efecto ingreso, suba el consumo de bien privado pero, por efecto sustitución, baje. Si se logra encontrar un bien cuyo efecto sustitución sea pequeño, entonces ese bien es candidato para medir las economías de escala, ya que si, por ejemplo, el bien privado escogido no tiene efecto sustitución, el incremento en el consumo debido al efecto ingreso se podría interpretar como la medida de las economías de escala, calculando la reducción en el gasto per cápita que llevaría el consumo del bien privado al nivel anterior al del incremento del tamaño del hogar. Los autores sugieren que el bien privado más adecuado serían los alimentos, dado que en los países pobres éstos tienen pocos sustitutos.

Sin embargo, los resultados encontrados por los autores son desalentadores ya que, a medida que aumenta el tamaño del hogar, con gasto per cápita total constante, el consumo per cápita de alimentos disminuye. En todas las economías, incluyendo la británica, la estadounidense, la francesa y la de los países en desarrollo, los hogares con el mismo nivel de gasto per cápita, entre mayor tamaño tengan, menor es la proporción de gastos en alimentos. Los autores expresan la dificultad de explicar esta relación paradójica entre consumo de alimentos y tamaño del hogar.

De hecho estos autores critican fuertemente la metodología de Engel, por que si bien las constataciones empíricas en las que se basa son correctas, la base teórica es débil: “Aunque el método de Engel es internamente consistente, contradice el modelo de economías de escala y bienes públicos presentado arriba, que muestra que las economías a escala deben causar que la participación de los alimentos aumente con el tamaño del hogar, no que decrezca..... En consecuencia, las estimaciones de economías de escala que son derivadas por el método de Engel no tienen sustento teórico y son identificadas por una aseveración que no tiene sentido”⁶³.

Considero que se debe analizar dos aspectos de la metodología de Engel y las críticas de Deaton y Paxon. En primer lugar si se supone que la evidencia

⁶³ Deaton, Angus y Christina Paxon: “Economies of Scale...”, op. cit Página 903.

empírica de que a mayor tamaño menor proporción de gastos en alimentos, se puede sustentar teóricamente (más adelante hablaré de eso), de todas maneras no es muy claro que la medida de la economía de escala que de allí se deduce sea correcta, salvo que se piense que en alimentos se presentan economías a escala, cosa que no tiene nada que ver con bienes públicos en el hogar.

Por otro lado, tampoco es muy claro que las afirmaciones de Deaton y Paxson sean correctas desde el punto de vista teórico. Es cierto que un aumento en el tamaño del hogar baja el precio para el hogar de los bienes públicos y que hay un efecto ingreso que hace aumentar el consumo de alimentos, pero nada garantiza que el aumento sea tan importante que aumente su participación (o lo que es lo mismo el consumo per cápita) ya que esto “supone una participación alta en los alimentos y que la elasticidad ingreso de los alimentos sea alta”⁶⁴. La pregunta es ¿qué tan alta debe ser la elasticidad ingreso? la respuesta es, tanto que el valor absoluto de la elasticidad precio de la demanda de alimentos sea menor que su elasticidad ingreso. Aunque los autores afirman que esto debe ser verdad entre los consumidores pobres, nada garantiza que esta condición se cumpla, además la metodología para estimar economías a escala debe ser más general y no solo funcionar en los países pobres o con las personas pobres. Basta agregar que la evidencia empírica, de que a mayor tamaño del hogar la proporción de gasto en alimentos con relación al gasto total baja (con gasto total per cápita constante), no se contradice, como afirman Deaton y Paxson, con la teoría, ya que, en términos generales, la elasticidad ingreso de los alimentos es menor que uno.

Conclusiones

En este capítulo se ha querido avanzar en la comprensión del comportamiento del gasto de los hogares teniendo en cuenta su composición demográfica; este tipo de trabajo es de gran importancia en el estudio de las necesidades de consumo del hogar y cómo éstas varían cuando cambia su tamaño y su estructura de edades.

Se ha mostrado que hay varias formas de enfrentar el problema y se ha escogido la de estudiar el comportamiento del gasto que tienen los hogares centrándose en dos problemas; cómo cambian las necesidades del hogar

⁶⁴ Ibid. Pág 900.

cuando llegan niños y cómo cambian las necesidades del hogar cuando llegan personas de las mismas características a las que ya existen en el hogar. Este tipo de problemas hacen parte de lo que se conoce como las escalas equivalentes; en el primer caso se trata de volver comparables personas distintas y, en general, de valorar las necesidades de, por ejemplo un niño, en términos de un adulto, lo que se conoce como adulto equivalente (AE); en el segundo caso se trata de estimar cómo crecen las necesidades por un aumento en el tamaño del hogar, cuando las nuevas personas tienen las mismas características de las que ya estaban, esto porque las necesidades del hogar no crecen en la misma forma que el hogar, ya que hay bienes que son utilizados en común y no es necesario que aumenten para satisfacer a los nuevos miembros del hogar. Este segundo tipo de escalas equivalentes se llama economías de escala en consumo (EEC).

Se han mostrado las dificultades que se tienen para calcular ambos tipos de escalas equivalentes. Por un lado, la transformación de AE contiene una gran cantidad de problemas desde la definición de los grupos de edades más pertinentes, hasta la forma de hacer la estimación. Esto último lleva a que con una u otra metodología los valores de los niños con respecto a los adultos varíen grandemente. Así, hemos visto que un niño de 0 a 7 años puede valer de 0.64 a 0.32 o dar cosas contra intuitivas como que vale más un niño de 0 a 7 años que uno de 8 a 17 años. La crítica principal al llamado modelo de Engel es la supuesta sobre estimación de los niños pero, como el mismo Deaton, admite, esta crítica tiene debilidades como por ejemplo, no estar basada en un modelo explícito de asignación. El modelo alternativo no parece ser mejor.

Las dificultades para la estimación de EEC también son muy grandes, como lo muestran, por ejemplo, los resultados adversos que tienen Deaton y Paxson, mencionadas atrás.

Es de advertir que para este trabajo también se trató de utilizar la metodología propuesta por Deaton y Paxson y se hallaron las mismas dificultades que ellos encontraron. Por tanto, se utilizó la metodología llamada de Engel y se ha obtenido un factor de escala de 84%, es decir que si el tamaño de un hogar se dobla, el gasto aumenta en 84%, valor similar a los que se han encontrado en otros países.

Por último se expone un aspecto de la metodología de Engel utilizada tanto en la estimación de AE, como en la de EEC y que puede crear confusión. Obsérvese que para AE se utiliza una relación que establece que la llegada de un nuevo miembro al hogar, dejando el gasto total constante, aumenta la participación del gasto en alimentos; mientras que en la estimación de las EEC se utiliza una relación que establece que la llegada de un miembro del hogar, dejando el gasto per cápita constante, disminuye la participación del gasto en alimentos. Estas dos relaciones se pueden dar simultáneamente, pero le impone un límite a la variación que puede darse en la participación de los alimentos.

Veamos: Sea

GA^0 = el gasto en alimentos antes de la llegada de un miembro del hogar

GA^1 = el gasto en alimentos después de la llegada del nuevo miembro

n^0 = número de miembros del hogar antes de la llegada del nuevo miembro

$n^1 = n^0 + 1$

G^0 = Gasto total sin la llegada del nuevo miembro

G^1 = Gasto total después de la llegada del nuevo miembro del hogar.

Para la estimación de las EEC se utiliza la siguiente relación:

$$w^0 = \frac{GA^0/n^0}{G^0/n^0} \quad y \quad w^1 = \frac{GA^1/n^1}{G^1/n^1} \quad con \quad \frac{G^0}{n^0} = \frac{G^1}{n^1} \quad (1) \quad y$$

$w^0 > w^1$ esto implica que $\frac{GA^1}{n^1} < \frac{GA^0}{n^0}$ como expresan Deaton y Paxon⁶⁵. Además $w^1 < w^0$ se expresa como $\frac{GA^1}{G^1} < \frac{GA^0}{G^0}$ (2).

Por otro lado la relación utilizada en AE es que $\frac{GA^1}{G^0} > \frac{GA^0}{G^0} \Rightarrow GA^1 > GA^0$ (3).

⁶⁵ Ibid.

(1) se puede expresar como $\frac{n^1}{n^0}GA^0 > GA^1$ que junto con (3) queda

$$GA^0 < GA^1 < \frac{n^1}{n^0}GA^0 \quad (4)$$

Es decir, que para que se puedan utilizar las metodologías de Engel simultáneamente, el gasto de alimentos, cuando llega el nuevo miembro, debe ser mayor que el que se hacía antes, pero crecer en una menor proporción a la que crece el hogar.

De todas maneras, la metodología tiene debilidades tanto teóricas como empíricas. En siguiente capítulo se propone otra metodología para estimar escalas equivalentes y se muestran los resultados que se obtendrían al utilizarla.

IV. Una Propuesta Alternativa

Las dificultades expuestas en el capítulo anterior se deben, en parte, a que aún conociendo las funciones de demanda, no se pueden identificar las escalas equivalentes: ni el costo de los niños, ni el comportamiento del factor de escala se pueden identificar con las funciones de demanda.

La causa de esta falta de identificación es explicada por Deaton⁶⁶ así: Si se conoce la función de gastos de un hogar, función donde se han incluido variables sobre composición del hogar, se pueden deducir las funciones de demanda marshalliana, que ya no solo dependen de ingresos y precios sino de las variables sobre composición. Supóngase, ahora, una nueva función de gastos. Con relación a la primera función de gastos, esta nueva puede incorporar actitudes bastante diferentes de los padres hacia sus hijos y reglas de participación entre éstos muy diferentes. A partir de esta nueva función de gastos se deduce su respectiva demanda marshalliana, al hacerlo se encuentran como resultado funciones de demanda idénticas a las halladas con la anterior función de gasto.

⁶⁶ Deaton A. "The Analysis of", op. cit. Páginas 248 a 250 y 268. Allí el autor cita el artículo de Pollak y Wales; "Welfare comparisons and equivalent scales" 1979. American Economic Review, 69, en donde demuestran que el conocer las funciones de demanda no es suficiente para identificar las escalas equivalentes.

Las dos funciones de gasto, aunque representan diferentes costos de las variables sobre composición, resultan en el mismo comportamiento observado.

Un ejemplo con el que se ilustra este problema es que la ecuación de demanda utilizada en el capítulo anterior para estimar el factor de economías de escala, se puede deducir de hipótesis de comportamiento del factor de escala completamente diferentes. Deaton, de nuevo, muestra que comportamientos del factor de escala diferentes, que tienen fuertes implicaciones sobre el bienestar resultan en las mismas funciones de demanda.

Es necesario hacer supuestos que permitan la identificación, así por ejemplo, el supuesto de identificación del método de Engel para estimar adulto equivalente es el de que la participación del gasto en alimentos indica correctamente el bienestar entre hogares de diferente composición demográfica. En Rothbarth, el supuesto de identificación es que un indicador de bienestar de los adultos es el gasto en bienes de adultos.

Como se ha visto en el capítulo anterior, ambos métodos tienen sus problemas y es difícil saber si uno es “más correcto” que el otro.

En el caso de economías de escala el método de Engel, utiliza de nuevo el supuesto de que la participación en gastos de alimentos es inversamente proporcional al bienestar y, adicionalmente, que esta participación baja cuando aumenta el tamaño del hogar y el gasto per cápita permanece constante, trabaja con supuestos de identificación no exentos de problemas. Sobre todo si se acepta que la posible existencia de economías de escala en consumo se debe a la presencia de bienes dentro del hogar que se pueden considerar públicos para los miembros del hogar. El supuesto de identificación que proponen Deaton y Paxson tampoco deja de tener problemas, ya que el comportamiento empírico que ellos predicen no se da, en parte porque las condiciones de elasticidad ingreso y precio de los alimentos no necesariamente se cumplen.

En este capítulo se propone otra metodología para abordar el problema que parte precisamente de la medición del costo del niño, en forma análoga a como se mide el excedente del consumidor.⁶⁷

$$D(z^1, z^0; u^r, p^r) = c(u^r, p^r, z^1) - c(u^r, p^r, z^0)$$

Donde z^0 y z^1 son las variables relacionadas con la composición del hogar. Se debe aclarar que no se tienen las funciones de gastos, pero si los gastos, entonces, tomando hogares con ingresos semejantes, se podrían tomar los gastos para hogares con diferente composición demográfica y estimar valores para personas de diferentes edades.

Para estimar el costo de un niño de cierto rango de edad, se propone comparar entre hogares semejantes⁶⁸ los gastos de diferentes hogares donde no está ese niño, con aquellos donde si está. El costo del niño sería:

$$C = \sum_{i=1}^m s_i (g(z^i) - g(z^{i^n})) \quad (C1)$$

Donde $g(z^i)$ es el gasto del hogar tipo i y $g(z^{i^n})$ es el gasto de un hogar semejante (del mismo tipo i) pero donde no está el niño que se quiere valorar. Se debe anotar que los diferentes m tipos de hogar se refieren a la composición demográfica, ya que en otras variables éstos son "iguales". Por ejemplo, puede haber tres tipos de hogar: El primero es una pareja de adultos y el niño, el segundo una pareja de adultos, el niño y otro niño de otro rango de edad y el tercero tres adultos y el niño. Ahora bien, en realidad, en este ejemplo serían seis grupos de hogar, con los que habría que trabajar, ya que son los tres mencionados y, otros en donde no esté el niño.

Obsérvese que el costo del niño es una suma ponderada de las diferencias de gastos entre hogares del mismo tipo, con el niño y sin el niño. Entonces el costo del niño es igual a la suma ponderada de su contribución marginal al gasto del hogar tipo i . La ponderación s_i , es la probabilidad de que se forme el hogar de tipo i .

⁶⁷ Ver Deaton, pag. 248, *ibid.*

⁶⁸ Se hizo un análisis de conglomerados con el que se agruparon hogares con características similares; para la agrupación las variables que se tuvieron en cuenta fueron: ingreso per cápita, edad y nivel educativo del jefe. De allí surgieron cinco grupos de hogares homogéneos, del cual se ha tomado uno para hacer los ejercicios que aquí se presentan.

Esta forma de estimar el costo del niño es parecida al valor de Shapley, una de las soluciones de valor de juegos cooperativos donde hay coaliciones entre los diferentes jugadores. El valor de Shapley de un jugador es el valor esperado de las contribuciones marginales de ese jugador en cada posible coalición.

IV.1 El Valor de Shapley

“La teoría de juegos es una herramienta matemática para estudiar modelos de cooperación y conflicto en los cuales dos o más individuos interactúan entre si y toman decisiones que afectan el bienestar de otros”⁶⁹.

La teoría de juegos cooperativos o coalicionales se utiliza en un ambiente donde la cooperación entre los jugadores es más favorable que actuar individualmente, y por tanto los acuerdos que alcancen los jugadores son acuerdos creíbles en el sentido en que ningún individuo que haya participado en el acuerdo (los participantes en el acuerdo forman una coalición) tiene incentivos para incumplirlo.

Un juego cooperativo es una pareja (N, V) donde N es el conjunto de jugadores y V es una función que asocia a cada subconjunto no vacío S de N un número real $V(S)$. V es llamada la función característica, con $V(S)$ como el valor asociado a la coalición S que se llama valor característico, que es el máximo pago total que los miembros de S pueden obtener como grupo. Si no existen restricciones sobre cómo esos pagos pueden dividirse entre los miembros de la coalición, el juego se llama un juego cooperativo con pagos transferibles. Estos juegos tienen varios conceptos de solución, entre ellos el valor de Shapley.

Este concepto de solución trata de describir un razonable o justo sentido de dividir las ganancias de la cooperación, tomando como dato las realidades estratégicas captadas por la forma característica⁷⁰.

El criterio de justicia al cual la teoría del valor adhiere es el igualitarismo, el propósito es distribuir las ganancias a partir de un trato equitativo.

⁶⁹ Monsalve Sergio et. al. “Introducción a los conceptos de equilibrio en economía”.1999, Universidad Nacional de Colombia. Página 319. Lo que sigue se basa en el Capítulo VI de este libro.

⁷⁰ La forma característica es la que muestra los valores característicos que toma la función característica para cada coalición. Lo que sigue está basado en Mas-Colell A. Et. al. Microeconomic Theory, 1995. Oxford University Press. En el Apéndice del Capítulo 18. Páginas 678-684.

Para expresar lo que significa el principio del igualitarismo en este contexto se ilustra con un juego de dos personas $(N, V) = (\{1, 2\}, V)$, las ganancias (o pérdidas si la superaditividad⁷¹ falla) de la cooperación son:

$$v(N) - v(1) - v(2).$$

La obvia solución igualitaria que se denota $(Sh_1(N, v), Sh_2(N, v))$ es

$$Sh_i(N, v) = v(\{i\}) + \frac{1}{2}(v(N) - v(\{1\}) - v(\{2\})) \quad (A)$$

Esta expresión se escribe $Sh_1(N, v) - Sh_1(\{1\}, v) = Sh_2(N, v) - Sh_2(\{2\}, v)$ y

$$Sh_1(N, v) + Sh_2(N, v) = v(N) \text{ donde } Sh_i(\{i\}, v) = v(\{i\})$$

Lo que el jugador 1 saca de la presencia del jugador 2 es lo mismo que el jugador 2 saca de la presencia del jugador 1. Esto señala una definición recursiva: Dado $S \subset N$, que se expresa (S, V) el juego de utilidad transferible obtenido al restringir $V(\cdot)$ a subconjuntos de S (llamado subjuego de $(N; V)$). Entonces podría decirse que una familia de números $\{Sh_i(S, V)\}_{S \subset N, i \in S}$ constituye una solución igualitaria si, para todo subjuego (S, V) y jugadores $i, h \in S$, las diferencias de utilidad son preservadas de manera similar al caso de dos jugadores ilustrado por (A):

$$Sh_i(S, v) - Sh_i(S \setminus \{h\}, v) = Sh_h(S, v) - Sh_h(S \setminus \{i\}, v) \text{ para todo } S \subset N, i, h \in S,$$

$$\sum_{i \in S} Sh_i(S, v) = v(S) \text{ para todo } S \subset N \quad (B)$$

Esta expresión determina los números $Sh_i(S, v)$, $i \in S$. De aquí se puede proceder inductivamente. Supóngase que se ha definido $Sh_i(s, v)$ para todo $S \subset N$, $S \neq N$, $i \in S$. Se puede mostrar que hay una y solo una forma de definir $Sh_i(N, v)$, $i \in N$.

Definición: El valor de Shapley de un juego (N, v) denotado:

$Sh(N, v) = (Sh_1(N, v), \dots, Sh_N(N, v))$ es el único resultado consistente con la expresión (B).

Se puede expresar $Sh_i(N, v)$ de una manera directa e interesante. Para cualquier $S \subset N$ e $i \notin S$, sea $m(S, i) = v(S \cup \{i\}) - v(S)$ la contribución marginal de

⁷¹ Un juego en forma característica es superaditivo si para cualesquiera coaliciones $S, T \subset N$, con $S \cap T = \emptyset$, se cumple que $v(S \cup T) \geq v(S) + v(T)$

i a la coalición S . Para cualquier ordenación π de los jugadores en N (técnicamente π es una función 1 a 1 de N a N) denotada por $S(\pi, i) \subset N$ el conjunto de jugadores que vienen antes de i en la ordenación π (técnicamente, $S(\pi, i) = \{h: \pi(h) < \pi(i)\}$). Nótese que, para cualquier ordenación π , si se considera la contribución marginal de cada jugador i al conjunto de predecesores de i en la ordenación π , entonces la suma de estas contribuciones marginales debe ser exactamente igual a $v(N)$, esto es $\sum_{i \in N} m(S(\pi, i), i) = v(N)$. Esto resulta en que $Sh_i(N, v)$ es el promedio de la contribución marginal de i al conjunto de sus predecesores, donde el promedio es sacado de todas las ordenaciones (todas son igualmente probables). Dado que el número total de ordenaciones es $N!$, esto da:

$Sh_i(N, v) = \frac{1}{N!} \sum_{\pi} m(S(\pi, i), i)$ (D) donde la suma se hace sobre todas las ordenaciones π de los jugadores en N .

Se puede tener una fórmula explícita de (D) para $Sh_i(N, v)$. La probabilidad que en una ordenación aleatoria de una coalición dada $S \subset N$, $i \in S$, surja como la unión de i y sus predecesores es igual a la probabilidad de que i esté en el s ésimo lugar, que es simplemente $1/N$, multiplicado por la probabilidad de que $S \setminus \{i\}$ surja cuando se seleccione aleatoriamente los $S-1$ miembros de la población $N \setminus \{i\}$, la cual es $(N-S)!(S-1)!/(1-N)!$. Entonces (D) se puede escribir como

$$Sh_i(N, v) = \sum_{S \subset N, i \in S} \left[\frac{(N-S)!(S-1)!}{N!} \right] (v(S) - v(S \setminus \{i\}))$$

Las propiedades del valor de Shapley:

- Eficiencia $\sum_i Sh_i(N, v) = v(N)$. No hay desperdicio de utilidad
- Simetría: Si los juegos (N, v) y (N, v') son idénticos, excepto que se intercambian el par de jugadores i y h , entonces $Sh_i(N, v) = Sh_h(N, v')$. El valor de Shapley solo depende de su posición en el juego, como lo sintetiza la función característica.
- Jugador Dummy: Si hay un jugador i que no contribuye en nada al juego, es decir que $v(S \cup \{i\}) - v(S) = 0$ para todo $S \subset N$. Entonces

$Sh_i(N, v) = 0$. Si la contribución marginal del jugador i a cualquier coalición es nula, entonces su valor promedio es también nulo.

- d) Linealidad: Los valores de Shapley dependen linealmente de los valores característicos que definen el juego.

IV.2 Los ejercicios del “valor de Shapley” para escalas equivalentes: Adultos equivalente y Economías a escala en consumo

Como se observa, la ecuación (C1) planteada atrás, responde al espíritu del valor de Shapley; si bien los hogares con diferentes composiciones de edad no son coaliciones, si se pueden considerar las contribuciones marginales al gasto de la persona de determinado rango de edad; entonces la solución propuesta está en el espíritu del Valor de Shapley (VS); pero como se verá, no corresponde exactamente a ese valor ya que no todas las coaliciones son posibles; por tanto no se puede esperar que se cumplan las propiedades vistas atrás.

Se presenta ahora el ejercicio de deducir los valores de cada una de los grupos de personas, y a este valor se le llamará VS, aun cuando en rigor esto no sea exacto.

El ejercicio consiste en deducir los valores de Shapley de diferentes personas del hogar, de acuerdo con el gasto corriente que tenga el hogar; en principio se tomaron los hogares donde sólo hubiese una unidad de gasto (UG) y las personas del hogar se subdividieron en diferentes grupos; en un primer ejercicio estos grupos fueron: Pareja de adultos (hombres y mujeres mayores de 18 años) (se denomina P), niños menores de cinco años (B), niños de 5 a 9 años (I), niños de 10 a 14 años (N) y niños de 15 a 17 años (A).

La idea es tener una función característica tomando el promedio de gasto de los hogares con todas las coaliciones posibles. Inicialmente se pensó en utilizar todos los hogares con una sola UG, pero resultaba tal cantidad de coaliciones, que ocasionaba bastantes problemas desde insuficiencia de la muestra hasta tener que tratar con muchas coaliciones que no tienen ningún sentido; finalmente se trabajó con hogares con un máximo de seis personas y donde solo hubiera, como máximo, una persona por cada grupo de edad, es decir se descartaron hogares con más de un niño de 0 a 4 años, de 5 a 9, de 10 a 14, de 15 a 17 o más de los dos adultos que conforman P.

Para estimar el Valor de Shapley (VS) se toman las probabilidades de conformación de cada coalición; así para el agente i su aporte a la coalición S , es decir, la diferencia entre el valor de la función característica de una coalición con $S-1$ miembros (donde no está i) y el valor de la función característica de la coalición S (que incluye a i), se multiplica por $(S-1)!(n-S)!/n!$.

Este valor, $(S-1)!(n-S)!/n!$, indica la probabilidad de que el individuo i entre a la coalición $S-1$, para formar la coalición S .

Para poder llevar a cabo el ejercicio, sin embargo, se debieron hacer ajustes al cálculo de probabilidades dado que no todas las coaliciones son posibles: por un lado en todas las coaliciones está la pareja de adultos P , lo cual implica que no existen coaliciones donde solo estén los grupos de niños, siempre debe estar la pareja; por otro lado, en el grupo de hogares con el que se trabajó no hay ninguno conformado por P, A, N, I, B . Además, en otras agrupaciones que se hicieron tampoco se presentan todas las coaliciones posibles.

Esas otras agrupaciones que se hicieron son: Una donde se separa la pareja y se considera individualmente al adulto hombre (H) y a la adulta mujer (M), mientras los grupos de niños siguen iguales. Una tercera y, última, agrupación considera hogares con un adulto, o dos adultos (sin distinguir por sexo) con los grupos de niños iguales.

Se presenta, en primer lugar, la metodología general utilizada en los ajustes al cálculo de probabilidades, luego las probabilidades calculadas en cada una de las agrupaciones descritas y los valores de Shapley obtenidos. Por último se hace una comparación (donde sea posible) entre los diferentes resultados, tratando de explicar las diferencias que se encuentran.

El cálculo de probabilidades

Para ajustar las probabilidades se parte de lo siguiente:

- En primer lugar, como se dijo atrás, en un juego de n personas la probabilidad de que un jugador esté en la coalición i es $(i-1)!(n-i)!/n!$. (1)
- La sumatoria de las probabilidades asignadas a cada jugador debe ser igual a 1.

Esto último se puede demostrar teniendo en cuenta que el número de coaliciones distintas, de tamaño i , en que puede estar una persona es⁷²

$$C_i^n - C_i^{n-1} \quad (1)$$

Entonces la sumatoria de las probabilidades es

$$\sum_{i=1}^n \frac{(i-1)!(n-i)!}{n!} \left(\frac{n!}{i!(n-i)!} - \frac{(n-1)!}{i!(n-1-i)!} \right) = \sum_{i=1}^n (i-1)!(n-i)! \left(\frac{1}{i!(n-i)!} - \frac{1}{ni!(n-1-i)!} \right)$$

=

$$\sum_{i=1}^n (i-1)!(n-i)! \left(\frac{n-(n-i)}{ni!(n-i)!} \right) = \sum_{i=1}^n (i-1)!(n-i)! \frac{i}{ni!(n-i)!} = \sum_{i=1}^n \frac{(i-1)!i}{ni!} = \sum_{i=1}^n \frac{i!}{ni!} =$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{n} = 1 \quad (2)$$

Con base en estos resultados se recalculan las probabilidades teniendo en cuenta que no todas las coaliciones posibles existen, por ejemplo (P, A, N, I, B) y además que en todas las coaliciones posibles debe estar P.

De (2) se observa que la probabilidad de que se de una coalición de tamaño S , cuando el número de jugadores es n , es $1/n$:

$$P(s=1)=P(s=2)=\dots\dots P(s=n)=1/n.$$

Pero si no existe una coalición de tamaño $s \leq n$, es necesario ajustar estas probabilidades:

Si por ejemplo no existe ninguna coalición de tamaño 2 ($s=2$) en la que esté el agente evaluado, entonces $P(s=2)=0$ y se tendría que $\sum_{i=1}^n P(i) = \frac{n-1}{n}$ y para

hallar las probabilidades de que se de una coalición de tamaño S (con $s \neq 2$), hay que multiplicar $1/n$ por $n/(n-1)$ quedando $P(s=1)=P(s=3)=\dots\dots P(s=n)=1/(n-1)$ y $P(s=2)=0$.

Se reitera que esta es la probabilidad de que el agente esté en una coalición de tamaño s . Ahora se debe deducir la probabilidad de que el agente esté en una coalición particular de tamaño s con unos individuos específicos y no

⁷² C_i^n es el total de combinaciones de tamaño i que se pueden formar a partir de n elementos.

otros. Llamemos a ésta “probabilidad específica” P_{se} . Sea P_s , la probabilidad de que el agente esté en una coalición de tamaño S , entonces P_{se} se halla dividiendo P_s por el número de coaliciones distintas de tamaño S en las que puede estar el agente.

Así, si el número de personas es n

$$P_{se} = \frac{P_s}{\binom{n}{s} - \binom{n-1}{s}} \quad (3)$$

Obsérvese que esta última probabilidad puede cambiar ya que en algunos casos el número de coaliciones distintas de tamaño s en las que está el agente es menor al que está expresado en (1); por ejemplo para el caso de las personas menores de 18 años el número de coaliciones de tamaño dos, tres o cuatro son menores a lo que saldría usando (1) ya que estas personas deben estar siempre acompañadas por la pareja de adultos. Por tanto P_{se} se debe ajustar de acuerdo al número real de coaliciones que existan.

IV.2.1 Las probabilidades para la estimación de los valores de Shapley para P, A, N, I, B

En el caso en que se trabaja con cinco agentes (realmente son seis porque P son dos adultos, pero P se trata como un agente), en principio $P_s = 1/5$ para $s=1, \dots, 5$, pero dado que la coalición (P, A, N, I, B) no existe entonces solo hay coaliciones hasta de tamaño 4. Por tanto queda

$$P(s=1)=P(s=2)=P(s=3)=P(s=4)=1/4 \text{ con } P(s=5)=0.$$

Esta es la probabilidad de que una persona esté en una coalición de tamaño S . Se debe tener en cuenta que esta probabilidad no es necesariamente igual para todos los agentes, este es un caso general para cuando el tamaño máximo de la coalición es de 4, pero por ejemplo los adolescentes no pueden estar en coaliciones de tamaño uno ya que no pueden estar solos, por tanto P_s será diferente. Esto nos lleva a mirar en detalle las probabilidades para P, por un lado, y para el resto, por el otro.

El caso de la pareja P

La pareja puede estar en coaliciones de tamaño 1, 2, 3 o 4 y por tanto $P_s = 1/4$; ahora, se deben estimar las probabilidades específicas P_{se} . Para el

caso de P, la probabilidad de que esté en una coalición de tamaño S es $\frac{1}{4}$, para $s = 1, 2, 3, 4$. Para deducir Pse se tiene que:

$$\begin{aligned} \text{Para } S=1 & \quad Pse(1) = \frac{1}{4}/1 = \frac{1}{4} \\ S=2 & \quad Pse(2) = \frac{\frac{1}{4}}{C_2^5 - C_2^4} = \frac{\frac{1}{4}}{4} = \frac{1}{16} \\ S=3 & \quad Pse(3) = \frac{\frac{1}{4}}{C_3^5 - C_3^4} = \frac{\frac{1}{4}}{6} = \frac{1}{24} \\ S=4 & \quad Pse(4) = \frac{\frac{1}{4}}{C_4^5 - C_4^4} = \frac{\frac{1}{4}}{4} = \frac{1}{16} \end{aligned}$$

El caso de los otros miembros del Hogar

Para los otros miembros (A, N, I, B) el cálculo de probabilidades es parecido: La coalición de tamaño cinco no existe; pero en este caso tampoco pueden existir coaliciones de tamaño 1 ya que estas personas no pueden estar solas, así que las únicas coaliciones posibles son de tamaño 2, 3 y 4. Por tanto la probabilidad de que esas personas estén en una coalición de tamaño s es igual a $\frac{1}{3}$ para $s=2, 3, 4$ y $Ps(S=1)=Ps(S=5)=0$.

Para sacar las probabilidades específicas Pse, se debe sacar el número de coaliciones diferentes de tamaño S donde esté el agente valorado (A o N o I o B). Para esto hay que tener en cuenta que en todas las coaliciones debe estar presente P, por tanto, en una coalición de tamaño s, solo se pueden cambiar s-1 miembros, entonces el número de coaliciones distintas de tamaño S donde puede estar alguno de estos miembros del hogar es

$$C_{s-1}^{n-1} - C_{s-1}^{n-2}$$

Entonces, las probabilidades específicas para el agente A son:

$$\begin{aligned} S=1 & \quad Pse(1)=0 \\ S=2 & \quad Pse(2) = \frac{\frac{1}{3}}{C_1^4 - C_1^3} = \frac{\frac{1}{3}}{1} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$S=3 \quad Pse(3) = \frac{1/3}{C_2^4 - C_2^3} = \frac{1/3}{3} = 1/9$$

$$S=4 \quad Pse(4) = \frac{1/3}{C_3^4 - C_3^3} = \frac{1/3}{3} = 1/9$$

Esto mismo es válido para N, I y B.

S	Pse	# diferentes De coaliciones
1	0	No hay
2	1/3	1
3	1/9	3
3	1/9	3

Otra forma de sacar las probabilidades

Teniendo en cuenta que la coalición (P, A, N, I, B) no existe y que, además, en todas las coaliciones debe estar P, entonces realmente no puede haber 5! Coaliciones sino 4!, éstas son:

[PANI] [PANB] [PAIN] [PAIB] [PABI] [PABN] [PNAI] [PNAB] [PNIA] [PNIB]
[PNBA] [PNBI] [PIAB] [PIBA] [PIAN] [PINA] [PINB] [PIBN] [PBAN] [PBAI]
[PBNA] [PBNI] [PBIN] [PBIA]⁷³.

Como la pareja P está en todas las coaliciones se puede decir que $Pse(1)=1$.

Para encontrar la probabilidad específica de que A esté en la coalición de tamaño S se debe observar:

PA está en seis de las 24 coaliciones entonces $Pse(PA)=6/24=1/4$

PNA, PIA, PBA cada una de esas coaliciones está en dos de las 24 coaliciones, por tanto $Pse(PNA)=Pse(PIA)=Pse(PBA)=2/24=1/12$

⁷³ Se podría decir que las personas llegan en orden, es decir primero los de 15 a 17, después los de 10 a 14, luego 5 a 9 y por último los menores de 4, y aunque en general esto es cierto, que se de en otro orden la llegada no es imposible, aquí se permite cualquier orden de llegas para esas personas.

PNIA se encuentra una sola vez pero dado, que se está valorando A, [PINA] es igualmente válido, entonces, se puede considerar que esa coalición se encuentra dos de las veinticuatro veces posibles, entonces

$$Pse(PNIA)=Pse(PNBA)=Pse(PIBA)=2/24=1/12.$$

Si sumamos todas las probabilidades:

$$Pse(PA)+Pse(PNA)+Pse(PIA)+Pse(PBA)+Pse(PNIA)+Pse(PNBA)+Pse(PIBA) \\ = \frac{3}{4}.$$

Por tanto habrá que multiplicar todas las probabilidades por $\frac{4}{3}$ y así se obtiene

$$Pse(PA)=1/3$$

$$Pse(PNA)=Pse(PIA)=Pse(PBA)=1/9$$

$$Pse(PNIA)=Pse(PNBA)=Pse(PIBA)=1/9$$

Que son las probabilidades encontradas atrás.

Esto se explica porque en todas las coaliciones debe estar P y porque la coalición de tamaño 5 no existe, por tanto la formula de Shapley en lugar de ser $(s-1)!(n-s)!/n!$ Es realmente $(s-2)!((n-1)-(s-1))!/(n-1)!$.

Obsérvese que las probabilidades así deducidas son iguales salvo para la pareja de adultos P, ya que con las probabilidades así calculadas daría $Pse(1)=1$, y en las otras coaliciones 0.

IV.2.2 Las probabilidades para la estimación de los valores de Shapley en el caso de seis agentes: HMANIB

Es interesante estudiar la posibilidad de encontrar el valor de Shapley de cada uno de los adultos. Por tanto, aquí se presentan las probabilidades calculadas cuando en lugar de considerar la pareja de adultos, ésta se separa, en este caso quedan seis agentes y en lugar de P aparece H por adulto hombre y M por adulto mujer.

En este caso, en todas las coaliciones debe ir H o M.

Por lo dicho atrás ya se sabe que, cuando $n=6$, la probabilidad de que una persona esté en una coalición de tamaño S es de $1/6$, siempre que existan las coaliciones de todos los tamaños posibles; pero ya se sabe también que la coalición de tamaño seis no existe y, por tanto, en principio, la probabilidad de estar en una coalición de tamaño s es de $1/5$. para $s=1...5$.

El caso de la mujer M

La probabilidad de que M esté en una coalición de tamaño s es de $1/5$ para $s=1...5$. Para sacar las probabilidades específicas se debe dividir $1/5$ por el número de coaliciones distintas de tamaño s en donde puede estar m :

$$P(M)= \frac{1/5}{C_1^6 - C_1^5} = \frac{1/5}{1} = 1/5$$

$$P(XM)= \frac{1/5}{C_2^6 - C_2^5} = \frac{1/5}{5} = \frac{1}{25}$$

$$P(XYM)= \frac{1/5}{C_3^6 - C_3^5} = \frac{1/5}{10} = \frac{1}{50}$$

$$P(WXYM)= \frac{1/5}{C_4^6 - C_4^5} = \frac{1/5}{10} = \frac{1}{50}$$

$$P(VWXYM)= \frac{1/5}{C_5^6 - C_5^5} = \frac{1/5}{5} = \frac{1}{25}$$

Pero hay ciertas coaliciones particulares que no existen, por tanto su probabilidad es cero y las probabilidades de las otras deben cambiar. Los casos son:

En las coaliciones de dos personas no se presenta MA , por tanto no hay cinco coaliciones distintas sino cuatro.

$$P(XM)= \frac{1/5}{4} = \frac{1}{20}$$

En las coaliciones de tres personas no está MNB , por tanto no hay 10 coaliciones sino 9

$$P(XYM)=\frac{1/5}{9}=\frac{1}{45}$$

En las coaliciones de 4 personas no está MAIB, por tanto no hay 10 coaliciones sino 9.

$$P(WXYM)=\frac{1/5}{9}=\frac{1}{45}$$

En las coaliciones de cinco personas no está MANIB, por tanto no hay cinco coaliciones sino 4

$$P(VWXYM)=\frac{1/5}{4}=\frac{1}{20}$$

El caso del hombre H

Solo existen dos coaliciones con hombres adultos H en las cuales no está M: HAI y HAB, además no hay hombres adultos que vivan solos por tanto $P(H)=0$. De ahí que la probabilidad de que H esté en una coalición de tamaño S sea $\frac{1}{4}$. $P(s)=1/4$ para $s=2, 3, 4, 5$.

Al calcular las probabilidades particulares se obtiene:

Con $s=2$ solo existe la coalición MH por tanto $P(MH)=1/4$

Con $s=3$ de las diez coaliciones posibles no están cuatro: HAN, HNI, HNB y HIB.

Por tanto $P(XYH)=1/4/6=1/24$.

Con $s=4$ en este caso también, de las 10 coaliciones posibles solo se encuentran 6, por tanto $P(XYZH)=1/24$.

Con $s=5$, de las cinco coaliciones posibles, existen 4 por tanto $P(WXYZH)=1/16$.

El caso de los otros miembros del Hogar

Para los otros miembros (A, N, I, B), como ya se ha visto, no puede haber coaliciones de tamaño 1. Por tanto $P(s)=1/4$ para $s=2, 3, 4, 5$.

Se debe tener en cuenta que para estos miembros del hogar en todas las coaliciones siempre deben estar, H, M o ambas. Entonces, el número de coaliciones distintas de tamaño s donde esté alguno de estos miembros (esto es válido para A, N, I o B) (con $s \geq 2$) es:

$$2(C_{s-1}^{n-1} - C_{s-1}^{n-2}) - (C_{s-2}^{n-2} - C_{s-2}^{n-3})$$

La parte I de esta expresión es, como ya se ha visto, el número de coaliciones distintas de tamaño s donde está el miembro del hogar que se está evaluando y el agente que obligatoriamente tiene que estar (distinto al evaluado H o M). Esta expresión I se multiplica por 2 teniendo en cuenta que el agente que obligatoriamente debe estar es H o M.

La expresión indica el número de coaliciones distintas de tamaño s en que puede estar el agente valorado cuando obligatoriamente debe estar acompañado por H y M.

Entonces, al total de coaliciones distintas de tamaño s en que puede estar el agente valorado cuando está acompañado por H, M o HM (expresión I) se le resta las que se repiten cuando H y M están juntos (expresión II).

La valoración para A es:

$$\text{Con } s=2 \quad \text{Pse}(2) = \frac{1/4}{2(C_1^5 - C_1^4) - (C_0^4 - C_0^3)} = \frac{1/4}{2} = 1/8$$

$$\text{Con } s=3 \quad \text{Pse}(3) = \frac{1/4}{2(C_2^5 - C_2^4) - (C_1^4 - C_1^3)} = \frac{1/4}{7} = 1/28$$

$$\text{Con } s=4 \quad \text{Pse}(4) = \frac{1/4}{2(C_3^5 - C_3^4) - (C_2^4 - C_2^3)} = \frac{1/4}{9} = 1/36$$

$$\text{Con } s=5 \quad \text{Pse}(5) = \frac{1/4}{2(C_4^5 - C_4^4) - (C_3^4 - C_3^3)} = \frac{1/4}{5} = 1/20$$

Esto mismo es válido para N, I, B. Estas probabilidades, hay que ajustarlas porque, como en los otros casos, no se presentan todas las coaliciones contempladas:

Para A

S=2 no hay ni MA, ni HA, es decir que no hay coaliciones de tamaño 2. Entonces las probabilidades de que A esté en una coalición de tamaño s ya no es $\frac{1}{4}$ sino $\frac{1}{3}$: $P(S=2)=0$, $P(s)=\frac{1}{3}$ para $s=3, 4$ y 5 .

S=3. De las siete distintas coaliciones que podría haber no existe HNA, por tanto solo hay seis coaliciones y por tanto $P(XYA)=\frac{\frac{1}{3}}{6}=\frac{1}{18}$

S=4 De las nueve coaliciones posibles no están HNIA, HNBA, HIBA ni MIBA. No hay sino cinco coaliciones y por tanto $P(XYZA)=\frac{\frac{1}{3}}{5}=\frac{1}{15}$

S=5 De las cinco coaliciones posibles no están HNIBA ni MNIBA, solo hay tres coaliciones y, por tanto $P(XYZA)=\frac{\frac{1}{3}}{3}=\frac{1}{9}$.

Para N

S=2 De dos coaliciones posibles no hay sino una MN, $P(MN)=\frac{1}{4}$

S=3 De las siete posibles no están HAN, HIN, HBN ni MBN, solo hay tres y por tanto $P(XYN)=\frac{\frac{1}{4}}{3}=\frac{1}{12}$

S=4 De las nueve posibles no se encuentran HAIN, HABN ni HIBN, hay seis y entonces $P(XYZN)=\frac{\frac{1}{4}}{6}=\frac{1}{24}$

S=5 Las coaliciones HANBI y MANBI no se encuentra, por tanto solo hay tres coaliciones y $P(WXYZN)=\frac{\frac{1}{4}}{3}=\frac{1}{12}$

Para I

S=2 Solo está MI $\Rightarrow P(MI)=\frac{1}{4}$

S=3 De los siete posibles no están HNI ni HBI, entonces $P(XYI)=\frac{\frac{1}{4}}{5}=\frac{1}{20}$

S=4 no están HANI, HABI, HNBI ni MABI, solo quedan 5 entonces queda

$$P(XYIZ) = \frac{1/4}{5} = 1/20$$

S=5 no están ni HANBI ni MANBI, solo hay tres coaliciones $P(WXYIZ) =$

$$\frac{1/4}{3} = 1/12$$

Para B

S=2 solo está MB $\Rightarrow P(MB) = 1/4$

S=3 No están HNB, HIB ni MNB, quedan 4 luego $P(XYB) = \frac{1/4}{4} = 1/16$

S=4 No están HANB, HAIB, HNIB MAIB, luego solo quedan 5 y la

probabilidad es $P(XYZB) = \frac{1/4}{5} = 1/20$

S=5 No están HANIB ni MANIB, entonces quedan 3, luego $P(WXYZB) =$

$$\frac{1/4}{3} = 1/12$$

IV.2.4 Las probabilidades para la estimación de los valores de Shapley en el caso de seis agentes: Con uno o dos adultos y A, N, I, B.

En este caso se hace el mismo ejercicio pero trabajando con hogares donde haya uno o dos adultos, sin distinguir por sexo. Como en los casos anteriores no se presenta ningún hogar con seis personas, el tamaño máximo es de 5. Por tanto $P(s) = 1/5$ para $s = 1, 2, 3, 4, 5$.

En este caso se debe tener en cuenta que en toda coalición debe ir por lo menos un adulto. De nuevo, hay que hallar el número de coaliciones diferentes de tamaño s en las que puede estar el agente valorado. Con este antecedente se calculan el número de coaliciones diferentes de tamaño s en que puede estar cada agente y las probabilidades particulares.

Un adulto

Obsérvese que no tiene sentido en la valoración del primer adulto trabajar las coaliciones con el segundo adulto porque al sacar la valoración marginal no

se sabe a cuál de los adultos corresponde. Por ello, al sacar el número diferente de coaliciones posibles donde está el adulto, no se tiene en cuenta al segundo adulto, y para este caso (un adulto), el número de coaliciones posibles de tamaño S es

$C_s^{n-1} - C_s^{n-2} = C_s^5 - C_s^4$. Por la misma razón, para el caso de un adulto, no existe la coalición de cinco personas, por tanto para el adulto $P(s) = \frac{1}{4}$ para $s=1, 2, 3, 4$.

Con $s=2$ Número de coaliciones posibles $C_2^5 - C_2^4 = 4$. De estas 4 posibles, no se encuentra 1A. Por tanto la probabilidad específica será $Pse(X1) = \frac{\frac{1}{4}}{3} = \frac{1}{12}$.

Con $s=3$. Número de coaliciones distintas $C_3^5 - C_3^4 = 6$. Pero de esas seis, no se encuentra 1NB, por tanto $Pse(XY1) = \frac{\frac{1}{4}}{5} = \frac{1}{20}$.

Con $s=4$. Número de coaliciones distintas $C_4^5 - C_4^4 = 4$. Pero no se encuentra 1AIB, por tanto $Pse(XYZ1) = \frac{\frac{1}{4}}{3} = \frac{1}{12}$.

Para el segundo adulto 2

En este caso no hay coalición de tamaño 1, además, en todas las coaliciones, debe ir acompañado del otro adulto, por lo tanto, sólo hay una coalición de tamaño 2, que es la de los dos adultos. La probabilidad de que el segundo adulto esté en una coalición de tamaño s es $P(s=1)=0$ y $P(s)=1/4$ para $s=2, 3, 4$ y 5.

Con $s=2$ solo hay una coalición posible donde esté el segundo adulto $Pse(2)=1/4$.

Para las coaliciones de más de dos, como los dos adultos van juntos, el número de coaliciones diferentes de tamaño s son $C_{s-1}^{n-1} - C_{s-1}^{n-2}$

Con $s=3$. Número de coaliciones distintas $C_2^5 - C_2^4 = 4$. Las cuatro coaliciones diferentes existen por tanto $Pse(X2) = \frac{1/4}{4} = \frac{1}{16}$.

Con $s=4$. Número de coaliciones distintas $C_3^5 - C_3^4 = 6$. Las seis coaliciones diferentes existen por tanto $Pse(XY2) = \frac{1/4}{6} = \frac{1}{24}$.

Con $s=5$. Número de coaliciones distintas $C_4^5 - C_4^4 = 4$. Las cuatro coaliciones diferentes existen por tanto $Pse(XYZ) = \frac{1/4}{4} = \frac{1}{16}$.

ANIB

Para los otros miembros del hogar se debe tener en cuenta, como en los otros casos, que i) No hay coaliciones de tamaño 1, ii) Siempre deben estar acompañados por al menos un adulto.

Por tanto el número de coaliciones distintas de tamaño s en que pueden estar A, N, I o B es $C_{s-1}^{n-1} - C_{s-1}^{n-2}$

Entonces la probabilidad de estar en una coalición de tamaño s , $P(s)=1/4$

$S = 2, 3, 4, 5$.

Para A

En este caso no hay coaliciones de tamaño dos, por tanto la probabilidad, para el adolescente de estar en la coalición s es $P(s)= 1/3$, para $s= 3, 4, 5$.

Con $s=3$ Número de coaliciones distintas es $C_2^5 - C_2^4 = 4$. Estas cuatro posibles coaliciones existen, por tanto $Pse(XYA) = \frac{1/3}{4} = \frac{1}{12}$.

Con $s=4$. $C_3^5 - C_3^4 = 6$. De estas posibles coaliciones no existe

1AIB, por tanto hay cinco y $Pse(XYZA) = \frac{1/3}{5} = \frac{1}{15}$.

Con $s=5$ $C_4^5 - C_4^4 = 4$. Pero 1ANIB no está. Son tres las coaliciones y $Pse(WXYZ) = \frac{1/3}{3} = \frac{1}{9}$.

Para N

Con $s=2$, hay una coalición [1N] cuya probabilidad es $\frac{1}{4}$.

Con $s=3$, de las cuatro posibles coaliciones no se encuentra 1NB, es decir que hay tres coaliciones y $Pse(XYN) = \frac{1/4}{3} = \frac{1}{12}$.

Con $s=4$. Las seis posibles coaliciones existen, por tanto $Pse(XYZN) = \frac{1/4}{6} = \frac{1}{24}$.

Con $s=5$ De las cuatro posibles coaliciones no está 1ANIB, por lo que quedan tres coaliciones y $Pse(WXYZN) = \frac{1/4}{3} = \frac{1}{12}$.

Para I

Con $s=2$, hay una coalición [1I] cuya probabilidad es $\frac{1}{4}$.

Con $s=3$, las cuatro coaliciones posibles existen. $Pse(XYI) = \frac{1/4}{4} = \frac{1}{16}$.

Con $s=4$. 1ABI no se encuentra, entonces hay 5 coaliciones. $Pse(XYZI) = \frac{1/4}{5} = \frac{1}{20}$.

Con $s=5$. 1ANBI no existe por tanto quedan tres coaliciones $Pse(WXYZI) = \frac{1/4}{3} = \frac{1}{12}$.

Para B

Con $s=2$, hay una coalición [1B] cuya probabilidad es $\frac{1}{4}$.

Con $s=3$. 1NB no se encuentra, no hay sino tres coaliciones. $Pse(XYI)=\frac{1/4}{3}=\frac{1}{12}$.

Con $s=4$. 1ABI no se encuentra, entonces hay 5 coaliciones. $Pse(XYZI)=\frac{1/4}{5}=\frac{1}{20}$.

Con $s=5$. 1ANBI no existe por tanto quedan tres coaliciones $Pse(WXYZI)=\frac{1/4}{3}=\frac{1}{12}$.

IV.3 Resultados

Aspectos generales

En los cuadros 3.1 a 3.6 se presentan los resultados de cada uno de los ejercicios, en los cuadros Nos. 3.1, 3.3 y 3.5 se presentan los valores característicos de cada una de las coaliciones existentes, para cada una de las agrupaciones consideradas.

En los cuadros Nos. 3.2, 3.4 y 3.6 se pueden observar los resultados de los valores de Shapley, así como las probabilidades utilizadas en su cálculo. Obsérvese que la suma de cada uno de los valores de Shapley de los diferentes componentes del gasto es igual al VS total.

Por otro lado, se observa que, contrario a lo que podría esperarse, para las tres agrupaciones, el valor de Shapley más pequeño se presenta en el grupo de 15 a 17 años, después en el grupo de 5 a 9 años, luego de 0 a 4 años y por último en el de 10 a 14.

Cabe también destacar en los resultados que para algunos grupos de personas en diferentes grupos de bienes se obtienen valores negativos.

Se recuerda que en todas las agrupaciones, los grupos de niños considerados no cambian; lo que cambia es la forma de considerar los adultos: en el primer caso se considera la pareja de un hombre adulto y una mujer adulta como un solo agente, en el segundo se consideran por separado los hombres adultos y las mujeres adultas y en el último se consideran hogares con uno o dos adultos sin importar su sexo.

1) Resultados con la agrupación PANIB

Esta agrupación surge de los ejercicios anteriores donde para calcular la escala equivalente se utiliza como hogar de referencia el compuesto por una pareja de adultos; hombre y mujer⁷⁴, y los valores de los niños se calculan en términos de dicha pareja. Es importante tener en cuenta en el análisis a los resultados del ejercicio para esta primera agrupación.

IV.3.1 Valor de Shapley de la pareja de adultos.

Como se puede observar en los cuadros 3.1 y 3.2, para la pareja de adultos, se han estimado dos VS, el primero utilizando el juego de probabilidades que se encuentra en el cuadro No. 3.2 y de donde se obtiene que $VS(P)$ es igual \$256.170 y el segundo valor el obtenido cuando, como P está en todas las coaliciones, se considera que el valor que se debe tener en cuenta es el valor característico de P, que es \$171.845. Recuérdese que en la segunda forma de hallar probabilidades se dijo que $Pse(P)=1$. En lo que sigue se harán las comparaciones con el primer valor \$256.170.

De estos \$256.170, el grupo más grande es alimentos, seguido por los servicios de la vivienda, transporte y comunicaciones educación y salud. Como es de esperarse, P tiene los valores más altos en todo menos en educación. Pero, para hacer la verdadera comparación con los otros miembros del hogar hay que dividir por dos para saber el valor de cada adulto cuando esto se hace para casi todos los bienes se obtienen los mayores VS, para algunos esto no es cierto, por ejemplo en vestuario es mayor el VS del grupo B, (menores de 5 años) lo mismo que en recreación y en servicios financieros (¿?), mientras que en educación es mayor el de los adolescentes (grupo A).

La equivalencia adulto

Tomando entonces como VS de P el valor de \$256.170, es posible calcular el valor de los demás miembros del hogar en términos de P o de $P/2$, es decir de la pareja o del adulto. Hallando los VS para los otros miembros y dividiendo por la mitad del VS de P, se puede obtener ser las escalas equivalentes de los niños en términos de adultos.

⁷⁴ Ver a Deaton en "Household Surveys....". op. cit.

Al final del Cuadro No. 3.1 se observan los VS para cada uno de los grupos considerados y su proporción con respecto al VS de P/2. Cuando se observan los VS de cada miembro llama la atención el bajo valor que tienen los adolescentes, en especial en lo que respecta a los alimentos y bebidas y tabaco, además del valor negativo del rubro recreación y cultura y servicios financieros. Siguiendo con los adolescentes, los valores más altos se dan en educación, gastos misceláneos y servicios de la vivienda. Se debe anotar que en educación se incluye lo que se paga de almuerzos u otras comidas en el establecimiento educativo, por ello, aunque no compensa el bajo valor de alimentos, en algo podría explicar ese valor; lo mismo se podría decir con el rubros de misceláneo. Nótese que los valores de educación y misceláneo no sólo son los más altos que tienen los adolescentes, sino que también son los más altos que se alcanzan para cualquier miembro del hogar diferente a la pareja de adulto; al contrario, el servicio de la vivienda si bien es de los valores más altos que tiene el adolescente con respecto a los otros grupos de bienes, es el más bajo con respecto a los otros miembros del hogar.

Siguiendo en orden ascendente, el siguiente VS es el de los niños de 5 a 9 años (I), con los valores más altos en alimentos, servicios de la vivienda y educación, presentándose valores negativos en bebidas y tabaco, salud y misceláneo. El siguiente VS más alto lo tienen los niños de 0 a 4 años (B) con un valor en alimentos bastante alto (exceptuando la pareja es el más alto entre los miembros del hogar), también tiene el valor más alto en servicios financieros, y valores altos en vestuario y transporte y comunicaciones. Se observan valores negativos en salud, educación y misceláneo, de éstos el que realmente sorprende es de salud. El siguiente mayor VS es el de los niños de 10 a 14 años (grupo N) con un alto valor en los alimentos y en servicios de la vivienda.

Al comparar entonces los VS de cada miembro del hogar no adulto con el valor de la pareja de adultos, ya se ha dicho, que hay que dividir por dos el valor de éstos. Para estimar cuánto valdría cada miembro del hogar diferente a los adultos, en términos de un adulto. El valor de un niño de 10 a 14 años es de 53%, el de uno de 0 a 4 años de 42.3%, el de uno de 5 a 9 años es de 38.1% y el del adolescente de 20.5%. El resultado más sorprendente es el de este último, por su bajo valor, pero no contradice algunos resultados obtenidos en el anterior capítulo.

IV.3.2 Resultados con la agrupación HMANIB

Esta agrupación de los miembros del hogar surge de la inquietud de estudiar las diferencias de valores que puede tener un adulto, con respecto a otro y en qué medida esas diferencias tienen que ver con el diferencial por sexos.

Se deben reiterar algunos aspectos que caracterizan esta agrupación, en primer lugar ya no es necesario que ningún miembro esté en todas las coaliciones (como en el caso anterior lo era con P), es cierto que debe estar presente H o M, pero esta diferencia es muy importante, porque al contrario del caso anterior, no hay ninguna duda de las probabilidades que van asociadas a cada miembro. Por otro lado, y su importancia se verá más adelante, en el grupo de hogares estudiados no hay ningún hogar donde viva un adulto hombre solo, además de que son muy pocas las coaliciones donde H está sin la mujer adulta M.

El valor de Shapley para H y M

En los cuadros 3.3 y 3.4 se pueden observar los valores característicos de los agentes considerados, sus valores de Shapley y las probabilidades utilizadas para su cálculo.

Lo primero que se observa es que el VS de la mujer adulta es mayor que el del hombre adulto; en el único rubro en donde el VS de H es mayor al de M es en bebidas y tabaco. Hay algunos rubros en que las diferencias “a favor de la mujer” no son muy grandes (menos de 15%) como son vestuario, transporte y comunicaciones; donde las diferencias son más altas (más de 75%) son salud, educación, servicios de la vivienda y enseres. En alimentos la diferencia “a favor” de la mujer sería de 73%.

La equivalencia adulto

En el Cuadro No. 3.4 se presentan los VS para los otros miembros del hogar. Si se comparan estos valores con los obtenidos en el Cuadro No. 3.1 se observa que los valores obtenidos en el ejercicio que se está analizando son mayores que los obtenidos inicialmente. Nótese que el número de VS negativos se reduce considerablemente.

Ahora bien, al ordenar de menor a mayor los VS para cada miembro del hogar, se obtiene el mismo orden encontrado en el primer ejercicio, el más bajo valor es el del grupo A, le sigue I, después B y por último N.

Si se observa en detalle la composición del VS por grupo de bienes, en los niños de 15 a 17 años (A), los mayores VS están en alimentos, servicios de la vivienda, vestido y educación, los más bajos son salud y bebidas y tabaco. Nótese que en este caso el VS más alto ya no es educación y, el cual tampoco es mas alto en comparación a los de otros miembros del hogar, ya que H y M, tienen VS más altos en educación. Por último, en este ejercicio el VS para A de recreación y cultura es negativo.

Para el grupo de 5 a 9 años (I) sus mayores VS son alimentos, servicios de la vivienda y salud, y el más bajo es servicios financieros (prácticamente cero).

En el grupo de 0 a 4 años (B) los VS más altos son alimentos, servicios de la vivienda, servicios financieros (¿?) y recreación y cultura. Se puede observar que el VS de salud para este grupo es el más alto de todos los miembros, con excepción de M. Para este grupo el VS de educación resulta negativo.

En el grupo de 10 a 14 (N) los valores más altos están en alimentos, servicios de la vivienda (en este rubro el VS más alto después del de M) y educación.

En este caso, para sacar la equivalencia adulto de los miembros del hogar, se tomó como valor de referencia el VS de la M por ser el más alto. Haciendo esto se puede observar en el Cuadro No. 3.4, que el grupo de 10 a 14 años equivale al 45.3% de M, seguido por los de 0 a 4 años (40.5%), los de 5 a 9 años (38.1%) y los de 15 a 17 (30%). Si se comparan estas equivalencias con las encontradas en el ejercicio anterior, los resultados del ejercicio actual dan equivalencias más bajas para los miembros de 0 a 4 años y de 10 a 14 años, mientras que para los de 5 a 9 años las equivalencias son iguales, y para los de 15 a 17 años mayores.

IV.3.3 Los Resultados con la Agrupación 1-2adultosANIB

Dados los resultados de los ejercicios anteriores en los cuales no son claros, en principio, los valores obtenidos para H y M y la necesidad de estimar economías de escala en consumo, se pensó en un ejercicio ayudara a esclarecer este aspecto. La hipótesis es que el valor del adulto es igual para ambos sexos y que la diferencia que se encuentre entre el primero y el segundo se debe a las economías de escala en consumo.

En este caso, también hay que recordar las características de esta agrupación: como en el primer ejercicio (agrupación PANIB) en todas las

coaliciones debe estar un adulto. Esto lleva, como en el caso mencionado, a plantearse la duda de qué probabilidad se debe adjudicar al primer adulto, si las probabilidades a cada coalición a la manera de Shapley, o si $Pse(1)=1$ y para el resto de coaliciones cero; aquí se tomó la primera alternativa por razones que se expondrán más adelante.

El Valor de Shapley para cada uno de los adultos

En los cuadros Nos. 3.5 y 3.6 se presentan los resultados del ejercicio. Como se observa el VS del segundo adulto, es menor en un 30% con respecto al primero, más adelante se volverá sobre este resultado. Sin contar alimentos, en el primer adulto los tres VS mayores son servicios de la vivienda, salud y transporte y comunicaciones, en el segundo adulto los mayores VS son servicios de la vivienda, vestuario y transporte y comunicaciones; los menores VS en el primer adulto son bebidas y tabaco, recreación y cultura y enseres, en el segundo adulto son salud, recreación y cultura y enseres el VS de servicios financieros es negativo.

La Equivalencia Adulto

En los mismos cuadros 3.5 y 3.6 se encuentran los VS para cada uno de los otros miembros del hogar. El orden ascendente de VS es el mismo que en los ejercicios anteriores: el más bajo para A, seguido por I, B y N. El resultado de este ejercicio es más parecido al primero que al segundo en cierto sentido: por ejemplo para A como en el primer ejercicio, que se está exponiendo, como en el primero, hay VS más altos que en alimentos como es servicios de la vivienda, el VS de la educación si bien es un poco más bajo que el de alimentos, es el más alto en relación a los otros miembros del hogar.

Para los niños de 5 a 9 (grupo I) años el VS de alimentos es el más alto, seguido por servicios de la vivienda y salud. Para los niños de 0 a 4 años estos mismos rubros son los que presentan VS más altos, mientras que para los de 10 a 14 años los valores más altos se obtienen para alimentos, servicios de la vivienda y educación.

Para estimar la equivalencia adulto se utilizó al primer adulto como punto de comparación. En este ejercicio el niño de 0 a 4 años tiene un valor mayor que, incluso, en el primer ejercicio, 44%, o el valor del de 5 a 9 años sube un poco con respecto a los dos anteriores, pues llega a un poco menos de 42%, el valor de los de 10 a 14 años es aquí mayor que en los dos ejercicios

anteriores llegando casi a 57%. El valor de A es de 23%, que es más bajo que en el segundo ejercicio y un poco mayor que en el primero.

Algunos comentarios sobre los resultados de Equivalencia Adulto

Lo primero que se puede deducir es que para sacar la equivalencia adulto lo mejor es trabajar con el gasto agregado, incluso olvidándose de lo que sucede con cada grupo de gasto. La razón obvia es que en la equivalencia de adulto se deben tener en cuenta todos los bienes y servicios y no solo algunos rubros pero, además de esta razón, está el hecho de que no parece posible deducir equivalencias para cada grupo de gastos ya que para algunos los resultados se pueden aceptar intuitivamente, pero para otros no. Por ejemplo, en el primer ejercicio el VS de adolescentes en alimentos es extremadamente bajo, como lo es también la salud para los bebés e, incluso, el de bebidas y tabaco para algunos de los miembros considerados. Esto en parte se debe a que la clasificación de gastos puede tener problemas, como el mencionado al principio; los gastos de educación incluyen, además de pensiones, los pagos de alimentación y transporte, y hasta los uniformes se consideran como parte del pago en educación. Otro tipo de “errores” se puede presentar con el grupo llamado misceláneo.

Ahora bien, de todas maneras, algunos VS para grupos particulares de bienes arrojan resultados bastante interesantes: por ejemplo, los valores obtenidos en educación son los esperados, incluso el hecho de que para los adultos (mayores de 18 años) haya valores altos de educación.

No dejan de inquietar, en todo caso, las importantes diferencias entre los valores obtenidos en uno y otro ejercicio entre los miembros del hogar no adultos. Se pueden ver la media de las equivalencias y sus coeficientes de variación en el cuadro siguiente:

	Media	CV
15 a 17 años	24.5%	0.16
10 a 14 años	51.7%	0.09
5 a 9 años	39.3%	0.04
0 a 4 años	42.3%	0.03

Se observa cómo el coeficiente de variación es bastante mayor para los niños de 15 a 17 años, lo cual refleja una amplia variación en los valores de Shapley de este grupo.

Por razones que en la siguiente parte se aclaran, se han escogido como valores de los miembros diferentes a los adultos, los que se obtienen con el segundo ejercicio, es decir aquel en donde se distinguen los adultos hombres de las adultos mujeres. En este caso el valor de B es 40% de M, para I el valor es un poco más bajo 38%, N alcanza algo más del 45% y A el 30%. Estos valores no son incompatibles con los encontrados por otros métodos (ver capítulo anterior), con los cuales también los menores tienen valores superiores ligeramente a los de los niños una vez definido se toma el ejercicio dos como la mejor aproximación, vale la pena analizar los VS de los diferentes componentes del gasto.

Observando los valores de cada grupo de bienes para los menores de 18 años, los adolescentes presentan los menores valores en alimentos, salud y servicios de la vivienda, en recreación el valor es negativo, al mismo tiempo que obtienen un mayor valor en educación.

El mayor valor en alimentos se presenta en los niños de 10 a 14 años, seguido por los de 5 a 9 años, en vestido el mayor valor se presenta para los niños de 0 a 4 años, quienes también obtienen la mayor relación en salud y recreación y cultura.

IV.4 Las Economías a Escala en Consumo

Ya se discutió como para tener mejores mediciones de pobreza, tiene gran importancia hacer estimaciones de las economías de escala. Ahora bien, para aproximarse al problema, es necesario hacer comparaciones de qué sucede con el gasto cuando llega al hogar una persona igual a la que ya está en el hogar, ya que si se toman personas de otras características relevantes no podremos distinguir entre la economías a escala y diferencias debidas a otros motivos. Con el primer ejercicio es claro que no se puede obtener economías a escala ya, que los agentes comprendidos difieren en la edad que se ha tomado como variable para distinguir a un miembro del hogar de otro, así que, en este caso no hay miembros iguales. Es por ello que surge la necesidad de hacer los ejercicios dos y tres.

Pero debe hacerse notar que en el ejercicio dos se distinguen además entre adulto hombre y adulto mujer y, en estricto sentido, se podría decir que la diferencia en los VS de estos dos miembros ya no solo recoge las posibles economías a escala sino también las diferencias de necesidades entre sexos. Este razonamiento, complementado con que de hecho se encontrarán muy pocas coaliciones con hombres adultos sin que estuvieran también las mujeres adultas, llevó al ejercicio tercero, donde se distinguen un adulto de otro sin tener en cuenta el sexo. Esto funciona bajo el supuesto de que, a nivel agregado, no hay diferencias por sexo (o si las hay, no son importantes) y por tanto los VS de 1 adulto comparado con el segundo nos sirven para estimar las economías a escala. Sin embargo, este ejercicio también presenta problemas, sobre todo en la estimación del primer adulto.

Remitiéndose de nuevo a los cuadros Nos. 3.4 y 3.6 se estiman cuánto vale el segundo adulto con respecto al primero (caso del Cuadro No. 3.6) o H con respecto a la mujer adulta M (cuadro No. 3.4). En este caso (diferencia M H), H tendría un valor del 62% y en el caso de los dos adultos, el adulto 2 tendría un valor de 70%, es decir que en el segundo ejercicio las economías de escala serían mayores que en el tercero.

Es interesante observar el comportamiento para algunos grupos de gasto: comparando los dos ejercicios, se puede ver que en el segundo, las economías a escala (EA) en alimentos son mucho más importantes que en el tercero; en salud, las magnitudes parecen iguales en ambos, en recreación son mucho más importante las EA del tercer ejercicio que del segundo; en educación, las mayores EA se presentan en el segundo ejercicio, lo mismo que en servicios de la vivienda.

Si bien es cierto que no es muy claro, que representen economías a escala en educación, si es bastante evidente que donde más economías a escala se pueden presentar es en los servicios de la vivienda. Por su importancia en el gasto (segundo de más valor), y las diferencias de magnitud, uno se inclinaría a pensar que el segundo ejercicio es el que más se acerca a medir las economías a escala.

Hay dos razones que refuerzan este parecer: en primer lugar, con el tercer ejercicio no es claro que se deban tomar probabilidades para el primer adulto diferentes de 1 para la coalición singular pero, si ello se hace, daría un valor del adulto particularmente bajo, ver en el Cuadro No. 3.5 el valor

característico de 1 y en el No. 3 el de M. Con este valor no se podría decir nada sobre economías escala. En el ejercicio dos, las probabilidades no presentan el mismo problema, sencillamente porque allí no hay un agente indispensable, lo único necesario es que esté H o M. Ahora bien, dado que en la práctica el número de coaliciones sin M donde está H son tan pocas -no hay coalición singular de H- se puede pensar que H hace, en realidad, las veces de segundo adulto y este ejercicio realmente está midiendo como cambian los VS cuando se pasa de 1 a dos adultos, lo cual si da una idea de las EA. Diremos entonces que el segundo adulto, en términos del primero, vale un 62% y de allí se deducirá el factor de escala ($\theta=0.696$).

IV.5 Adulto equivalente y economías de escala con grupos de edad de 0 a 7 años, 8 a 17 años y mayores de 18 años

En esta última parte se muestran los resultados de calcular adultos equivalentes y economías a escala con los grupos de edad que se usaron para los cálculos y el análisis en el capítulo anterior. Esto con el fin de poder hacer comparaciones con los resultados obtenidos en ese capítulo. Se recuerda que en ese capítulo los grupos de edad considerados son de 0 a 7 años, de 8 a 17 y de 18 y más.

Para estimar los Valores de “Shapley” de estos grupos se repitieron los tres ejercicios anteriores: En el primero se trabajó con la pareja de adultos, un niño de 0 a 7 años y otro de 8 a 17 años. En el segundo, se consideró separadamente un hombre adulto, una mujer adulta y un niño en cada una de las edades mencionadas. En el tercero se consideraron dos adultos, sin importar sexos y los dos niños en las edades mencionadas.

Los problemas de imposibilidad de formación de todas las coaliciones o de su inexistencia también se presentan en estos ejercicios; por un lado, los niños no pueden formar coaliciones donde no estén los adultos, y por otro, ciertas coaliciones posibles no están presentes en la muestra con la cual se trabajó. Este último caso se presenta con menor frecuencia, ya que como hay una mayor agregación en las edades es más fácil conseguir hogares donde estén miembros del hogar en estos rangos. Sin embargo, también aquí casi no hay hogares donde solo haya un adulto hombre y con niños en los diferentes grupos de edad. Enseguida se presentan los resultados encontrados sin describir el cálculo de probabilidades utilizado, porque esencialmente es el mismo que se presentó atrás.

El Caso de la Pareja y los niños de 0 a 7 y 8 a 17 años

En el Cuadro No. 3.7 se observan las probabilidades y los valores de Shapley obtenidos en este caso: un niño de 0 a 7 años tendría un valor del 60.3% de un adulto, mientras que el niño de 8 a 17 años vale solo un 35.6%. Para los niños de 0 a 7 años los gastos más altos están en alimentos, vestuario, recreación y cultura, mientras que para los de 8 a 17 años sus gastos más altos son los de educación. Se presentan gastos negativos en bebidas y tabaco y salud en los niños de 0 a 7 años, y en recreación y cultura y servicios financieros en los 8 a 17 años.

El Caso H-M y los niños de 0 a 7 y 8 a 17 años

En el cuadro 3.9 se observan los resultados cuando se hace esta agregación; en este caso H tiene un valor de 53% con relación a M, que es más bajo que el encontrado en el ejercicio correspondiente (ver Cuadro No.3.3), el niño de 0 a 7 años vale 55.6% y el de 8 a 17 años 60.8%. Obsérvese que en este caso el valor del niño de 8 a 17 años es mayor que el de 0 a 7 años, caso contrario al anterior. Este grupo de niños tiene el mayor VS en educación, servicios financieros y sigue presentando un valor negativo en recreación. El grupo de 0 a 7 años tiene el mayor VS en vestuario y presenta un valor negativo en bebidas y tabaco.

El Caso 1- 2 adultos y los niños de 0 a 7 y 8 a 17 años

En el cuadro 3.11 se pueden ver los resultados de este ejercicio. De nuevo se da que los niños de 8 a 17 años tienen un mayor VS que los de 0 a 7, pues mientras los primeros valen 50.5% del primer adulto y los segundos 43.8%.

La Equivalencia adulto

Recapitulando estos resultados se puede concluir que el valor de un niño de 0 a 7 años está entre 60% y 43.8%, mientras que el de uno de 8 a 17 años está entre 35.6% y 60.8%. Al comparar con los resultados del capítulo II, en donde los valores estaban entre 64.6% y 32.3% para los de 0 a 7 años y entre 20.1% y 55.2%, se observa una menor variabilidad con el método de "Shapley".

Para lo que sigue se toman los resultados obtenidos en el segundo ejercicio como los valores de AE. Un niño de 0 a 7 años equivale a 55.6% y el de 8 a

17 años a 60.8%. En el primer caso este valor está por debajo del hallado con el método de Engel y por encima del de Rothbard, pero en el segundo la valoración del niño de 8 a 17 años está por encima de ambos.

Las Economías a Escala en Consumo

La otra comparación es la de la estimación de economías de escala en consumo. La que se obtuvo en el capítulo II era de 86.2%, es decir que al duplicar el número de adultos los gastos se multiplicarían en 1.862, con los resultados aquí obtenidos los gastos se multiplican entre 56.5% y 61.2%, es decir que el factor de escala encontrado es mucho mayor con esta metodología.

Aquí se escogerá, 61.2% que corresponde al valor encontrado en el ejercicio HM, 0-7,8-17 por las mismas razones expuestas anteriormente⁷⁵. Vale la pena comparar, en lo posible, los resultados del ejercicio equivalente anterior con el de ahora (es decir HMANIB y HM0-7,8-17, cuadros 3.3 y 3.8). En el segundo ejercicio el valor del segundo adulto H es más bajo, con relación al primero, pero los valores de los niños si bien no son exactamente comparables, son mayores en el segundo ejercicio, (en el primero el mayor valor lo tienen los de edad de 10 a 14 años (N), de 45.3%, mientras que el menor valor en el segundo es de 55.6% para los niños de 7 a 14 años). Así, los resultados de este segundo ejercicio parecen ser los más útiles para definir la equivalencia adultos y las economías a escala en consumo.

En el siguiente cuadro se presentan los valores de los niños en términos de un adulto y el factor de escala θ .

Valor niño de 0 a 7 años	0.556
Valor Niño de 8 a 17 años	0.608
Factor de escala θ	0612

⁷⁵ Ver página 84 donde se explica porque los resultados de este ejercicio parecen los más indicados para estimar economías a escala y también adultos equivalentes.

V. Conclusiones

Este trabajo ha explorado las posibilidades de hacer estimaciones de diferentes parámetros para estimar pobreza por la vía de la información disponible de ingresos y gastos de los hogares. Se han expuesto resultados sobre el cálculo de gastos de subsistencia estimados a partir del SLG y todos los problemas que estas estimaciones presentan. Se han hecho estimaciones sobre determinantes del gasto corriente y como en él inciden variables como la variabilidad del ingreso y el gasto de otros hogares similares. Por último se han hecho estimaciones de escalas equivalentes, tanto de adultos equivalente como de economías de escala en consumo, proponiendo un método de estimación de estas escalas que es igual al que Shapley propone como solución de pago a los diferentes miembros de una coalición.

En cuanto a los gastos de subsistencia estimados con el SLG y el SCG, vale la pena mencionar que si bien en este trabajo no se muestran todos los resultados, el autor dirigió dos tesis de maestría en la Universidad Nacional, en una de las cuales se hicieron diferentes estimaciones del SLG⁷⁶ encontrándose varios problemas de estimación como heterocedasticidad, y, dada la existencia de censuramiento y truncamiento se ensayaron estimaciones para superar estos problemas, encontrándose que las variaciones de los gastos de subsistencia y en las propensiones a consumir son muy importantes: Cuando se corrige heterocedasticidad los gastos de subsistencia disminuyen en forma importante con relación a MCO, mientras que las propensiones a consumir aumentan; cuando se hacen estimaciones por métodos de variable dependiente limitada (VDL) (para corregir truncamiento y censuramiento) los gastos de subsistencia aumentan y las propensiones disminuyen. Además, al hacer estimaciones por VDL el modelo pierde la característica de Sistema de Ecuaciones de Demanda (SED).

En el otro trabajo se hacen estimaciones del SCG⁷⁷, y aunque allí no se hacen estimaciones con métodos de VDL, se sabe se presentan problemas similares a los del SLG (además estos problemas se presentan por la naturaleza misma de la variable principal estudiada: El gasto). Los

⁷⁶ Rivas Guillermo, "Patrones de Demanda de los Hogares en las Cuatro principales Ciudades de Colombia: Bogotá, Cali, Medellín y Barranquilla" Tesis de Maestría. Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ciencias Económicas, Bogotá 2000.

⁷⁷ Niño Claudia: "Estimación de Sistemas Completos de Ecuaciones de Demanda: El Sistema Cuadrático de Gasto Aplicado al Caso Colombiano". Tesis de Maestría. Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Colombia. Bogotá 2001.

parámetros de subsistencia encontrados con SCG son significativamente menores a los encontrados con SLG, cuando ambos modelos se estiman por MCO. En conclusión la estimación de variables de subsistencia con SLG y SCG varían mucho de acuerdo con la forma de estimación, incluso cuando se trata de corregir heterocedasticidad, cambian los parámetros (cosa que no debería suceder), por tanto en el trabajo de Niño⁷⁸ no se hace ninguna corrección en la estimación sino que se trabaja con la matriz de varianza covarianza corregida, según lo recomendado por White. Por otro lado, utilizar métodos de VDL en presencia de heterocedasticidad no parece muy aconsejable de acuerdo con lo expresado por Deaton⁷⁹.

Desafortunadamente con encuestas de corte transversal, como la aquí utilizada, los otros modelos de SCDE no permiten tener algún parámetro que se pueda interpretar como gasto de subsistencia.

Con el Sistema Casi Ideal de Ecuaciones de Demanda, parece posible obtener parámetros que se puedan interpretar como de subsistencia, pero para su estimación requeriríamos de fuentes de información diferentes a la Encuesta de Ingreso y Gastos.

En cuanto a los determinantes del gasto corriente se debe destacar que se introdujeron variables para tratar de tener en cuenta la influencia de otros hogares en la determinación del gasto (Duesenberry) y los desvíos del ingreso esperado (como medida de incertidumbre sobre el ingreso) encontrándose que estas dos variables se deben tener en cuenta cuando se estudian los determinantes del gasto de los hogares. Los resultados de este ejercicio subrayan la importancia de tener en cuenta los aspectos demográficos que se tratan en los capítulos siguientes.

Otro aspecto fundamental en la medición de la pobreza es el que tiene que ver con las escalas equivalentes y las economías de escala en consumo; esto es tener una valoración de las reales necesidades de un hogar de acuerdo con su tamaño (número de personas) y de la composición por edad de esas personas. El Capítulo 2 de este trabajo se ha dedicado a estudiar las metodologías propuestas y se han hecho algunas estimaciones de adulto equivalente y del factor de escala. Para el primer caso se estimaron los

⁷⁸ Niño Claudia, *ibid.*

⁷⁹ Ver a Deaton en "Household Surveys...." *op cit.*

valores de acuerdo con las dos metodologías descritas por Deaton⁸⁰ la llamada de Engel y la de Rothbarth. Los resultados son consistentes con los que describe Deaton, en el primero el valor de los niños son mucho mayores que los obtenidos en el segundo y si bien Deaton hace una fuerte crítica al llamado método de Engel, el de Rothbarth tampoco parece estar exento de problemas, tanto de orden conceptual como, en particular, metodológicos.

Para la estimación de las economías de escala también se utilizó el llamado método de Engel. Aunque se trató de usar el propuesto por Deaton y Paxon⁸¹, se encontró la misma dificultad que ellos tuvieron: a medida que aumenta el tamaño del hogar, con gasto per cápita constante, el gasto per cápita en alimentos disminuye.

Las dificultades encontradas tienen que ver con el hecho de que ni el costo de los niños, ni el comportamiento del factor de escala se pueden identificar con las funciones de demanda. Por tanto se deben hacer supuestos tipo Engel o Rothbarth que permitan identificar del costo de los niños y el factor de escala, supuestos que no están exentos de problemas.

Sobre este tema el autor también dirigió una tesis de maestría⁸² en la que se busca estimar el factor de escala por métodos paramétricos y no paramétricos y, aunque se evidencia la existencia de economías de escala, no se logra una conclusión clara sobre los resultados.

En el último capítulo se realizaron nuevas estimaciones de adultos equivalente y economías a escala pero de una manera diferente a la tratada en el capítulo II; se parte de valorar al miembro que se trate del hogar, de acuerdo con el incremento en el gasto que se produce con la llegada de ese miembro al hogar, esto es, cuál es el incremento marginal del gasto cuando entra la persona que se va a valorar a un hogar con determinadas características. Una de las formas de hacer esta valoración es utilizando “el espíritu” del valor de Shapley, que valora al agente en un juego como el promedio de la contribución marginal del jugador a cada una de las coaliciones de las cuales él puede formar parte.

⁸⁰ Deaton, *ibid.*

⁸¹ Deaton, Angus y Christina Paxon: “Economies of Scale...”, *op cit.*

⁸² Lasso Valderrama Francisco Javier “Economías de escala en los hogares y pobreza”. Tesis para optar el Título de Magíster en Economía. Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Colombia. Bogotá 2002.

Se ha estimado, entonces, la contribución marginal de diferentes miembros del hogar, pero utilizando juegos de probabilidad diferentes a los de Shapley, ya que no existen todas las “coaliciones” y por ello fue necesario ajustar las probabilidades, en ese sentido, los resultados obtenidos no pueden considerarse propiamente como valores de Shapley.

Se realizaron varios ejercicios, en los tres primeros la desagregación por grupos de edad fue amplia (cinco grupos de edad), y en el primero se trató a la pareja de adultos como un solo agente, en el segundo se separó la pareja para considerar separadamente adulto hombre y adulto mujer y en el tercero se separaron los adultos pero sin discriminar por sexo, es decir que se introdujeron hogares donde podía haber adultos del mismo sexo, con el fin de obtener una mejor medida de las economías de escala.

En los otros tres ejercicios la desagregación por edad fue menor (tres grupos).

Los resultados de estos ejercicios son promisorios. Se encuentra un importante factor de escala y las equivalencias adulto de los niños son razonables. Si bien las diferencias entre niños de 0 a 7 años y de 8 a 17 no son muy grandes, (el valor de los de 8 a 17 es un poco mayor) los resultados parecen mucho mejores que los anteriores.

Bibliografía

Caroll C. "How Does Future Income Affect Future Consumption", Quarterly Journal of Economics (109), 1994.

Cépede Michel, Hugues Gounelle, El Hambre, Oikos-Tau, 1970.

Deaton Angus and Anne Case: "Analysis of Household Expenditures. The World Bank, LSMS Working Paper No. 28, 1987.

Deaton Angus y John Muelbauer: Economics and Consumer Behavior, Cambridge University Press, 1993.

Deaton Angus: The Analysis of Household Surveys: A Microeconomic Approach to Development Policy. World Bank, Johns Hopkins University Press, 1997.

Deaton, Angus y Christina Paxson: "Economies of Scale, Household Size and Demand for Food", Research Program in Development Studies. Princeton University, publicado en Journal of Political Economy, 1998 vol.106, No. 5.

Des Gasper: Needs and Basics Needs: A clarification of meanings, levels and different streams of work. Institute of Social Studies, La Haya, 1996.

Doyal L. y I. Gough Teoría de las Necesidades Humanas, Barcelona, 1994.

Duesenberry James S: "La renta, el ahorro y la teoría del comportamiento de los consumidores", Alianza Editorial 1967.

Dwayne Benjamin y Angus Deaton: "Household Welfare and the Pricing of Cocoa and Coffee in Côte d'Ivoire: Lessons from the living Standards Surveys". The World Bank Economic Review. Vol. 7 septiembre de 1993

Friedman Milton, 1957, "A Theory of Consumption Function", Princeton, Princeton University Press.

Howe H. J.: Estimation of the linear and quadratic expenditure systems. A cross-section case for Colombia" Tesis de doctorado en economía. Universidad de Pensilvania, 1974.

Intriligator Michael, R. Bodkin, Cheng Hsiao: "Econometrics Models, Techniques, and Applications". Segunda edición, 1996, Prentice Hall, USA.

Jarque Carlos: Patrones de gasto en los hogares de la Ciudad de México. Estudios Económicos, 1987. México

Jarque Carlos: Sample Splitting and Applied Econometric Modeling. Journal of Business and Economic Statistics, abril de 1987.

Judge George, w. Griffiths, H. Lütkepohl, T-Chao Lee: The Theory and Practice of Econometrics. Second edition, 1985. John Wiley and Sons.

Lasso Valderrama Francisco Javier "Economías de escala en los hogares y pobreza". Tesis para optar el Título de Magíster en Economía. Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Colombia. Bogotá 2002

Lluch Constantino, Alan Powell y Ross Williams: Patterns in Household Demand and Saving. Oxford University Press, 1977.

Marshall Alfred, Principios de Economía, Aguilar 1963, Madrid.

Miles David. "A Household Survey Level Study of Determinants of Incomes and Consumption", 1997 The Economic Journal , No. 107.

Modigliani F., Brumberg R., 1954 "Utility Analysis and Consumption Function: An interpretation of cross-section data" Ed Kenneth Kutihara, Post Keynesian economics, N. J. Rutgers University Press.

Muñoz C. Manuel, Ramírez G. Manuel y Rivas M. Guillermo. El consumo de los hogares en 23 capitales de departamentos colombianos. Boletín de Estadística No. 540, marzo de 1998.

Muñoz C. Manuel. La pobreza medida a través de ingresos y gastos: Un replanteamiento. Boletín de Estadística No. 450, septiembre de 1990. DANE

Musgrove Philp: ".El estudio ECIEL del Ingreso y Consumo familiar en América Latina Urbana. Una historia analítica". Banco Mundial, LSMS Documento de Trabajo No. 12.

Niño Claudia, Estimación de Sistemas Completos de Ecuaciones de Demanda: El Sistema Cuadrático de Gasto aplicado al caso Colombiano. Tesis para optar el título de Magíster en Economía. Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Colombia. Bogotá 2001.

Novales Alfonso: "Econometría", Segunda Edición, 1993, McGraw-Hill. España.

Philps Louis: Applied Consumption analysis. En Advanced text in economics, vol. 5 ed Bliss e Intriligator. North Holland. Amsterdam, 1987.

Pollak Robert, Terence Wales: Demand System Specification and Estimation. Oxford University Press, 1992.

Pudney Stephen, Modelling Individual Choice: The Econometrics of Corners, Kinks and Holes. 1989. T. J. Press, Cornwall.

Ramírez G. Manuel, Estimación y utilización de sistemas completos de ecuaciones de demanda. Desarrollo y Sociedad, No. 24 septiembre de 1989. CEDE, UNIANDES.

Rivas M Guillermo, Patrones de demanda de los Hogares en las Cuatro Principales Ciudades de Colombia: Bogotá, Cali, Medellín y Barranquilla. Tesis para optar el título de Magíster en Economía. Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Colombia. Bogotá 2000.

Sen Amartya: Bienestar, justicia y mercado, traducción y compilación de Damián Salcedo, Paidós, Barcelona, 1997.

Tobin James: Estimation of Relationships for Limited Dependent Variables. Econometrica 26, 1958.

Weiserbs D. y Guio A.C: "Dépenses et Revenus des Ménages: Étude Économétrique de l'enquete 1995-96" Discussion Papers No. 9901. Service des Études et de la Statistique. Ministère de la Région wallonne. Secrétariat Général, Division de la Fonction Publique. 1999.

White Halbert: "A Heteroskedasticity Consistent Covariance Matrix Estimator and a Direct Test for Heteroskedasticity" Econometrica, mayo de 1980.