

**TEORIA DEL CRECIMIENTO ECONOMICO: UN PUNTO DE
VISTA HETERODOXO.
UN ANÁLISIS DESDE LA PERSPECTIVA DE HARROD.**

**ALUMNO: JOSE REYES BERNAL BELLON
Código : 909012**

**TESIS PARA OPTAR EL TITULO DE DOCTOR EN CIENCIAS
ECONOMICAS**

DIRECTOR: JORGE IVAN GONZALEZ BORRERO

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
FACULTAD DE ECONOMIA
PROGRAMA DE DOCTORADO EN CIENCIAS ECONOMICAS**

Bogotá, Agosto de 2008

TEORIA DEL CRECIMIENTO ECONOMICO: UN PUNTO DE VISTA HETERODOXO.

THEORY OF THE ECONOMIC GROWTH: A POINT OF VIEW HETERODOXO

Esta investigación desarrolla tres puntos a partir de la propuesta de Harrod sobre crecimiento. El primer punto corresponde a una modificación y a una comprobación empírica de la tasa de crecimiento garantizada y su relación con la tasa de crecimiento real de la economía para 88 países del mundo. El segundo punto se refiere a la solución del principio de inestabilidad de Harrod a partir de un modelo de expectativas. En el tercer punto se verifica empíricamente si las variables de demanda juegan un papel fundamental en la determinación de la tasa de crecimiento garantizada de Harrod. La investigación muestra que la tasa de ahorro no guarda una relación lineal directa con la tasa de crecimiento de la economía y que la relación marginal capital producto al igual que el cambio técnico son las variables determinantes en el modelo y, lo más importante, se verifica que los cambios en la demanda determinan la relación marginal capital producto y que ésta a su vez, determina la volatilidad de la tasa de crecimiento real de la economía. De igual manera se muestra que las discrepancias entre la tasa de crecimiento real de la economía y la tasa de crecimiento garantizada tienden a ser mínimas en todos los países de estudio refutando de esta manera las concepciones que se tienen tradicionalmente sobre las conclusiones dramáticas a las que conduce el modelo de Harrod.

Palabras clave: Crecimiento Económico, Relación Marginal Capital Producto, Cambio Técnico, Expectativas. **JEL: O32, O47, O57**

This investigation develops three points from the proposal of Harrod on growth. The first point corresponds to a modification and an empirical verification of the guaranteed rate of growth and its relation with the rate of real growth of the economy for 88 countries of the world. The second point talks about to the solution of the principle of instability of Harrod from a model of expectations. In the third point one verifies empirically if the demand variables play a fundamental role in the determination of the guaranteed rate of growth of Harrod. The investigation sample that the rate of saving does not have a direct linear relation with the rate from growth of the economy and that the marginal relation capital product like the technical change is the determining variables in the model and, but the important thing, is verified that the changes in the demand determine the marginal relation capital product and that this one as well, determines the volatileness of the rate of real growth of the economy. Of equal way sample that the discrepancies between the rate of real growth of the economy and the guaranteed rate of growth tends to be minimum in all the countries of study refuting this way the conceptions that are had traditionally on the dramatic conclusions to which it leads the model of Harrod.

Keys word: Economic growth, Relation Marginal Capital Product, Technical Change, Expectations. **JEL: O32, O47, O57**

**A mi querida esposa Sandra
Lucero por su paciencia y a
mi querido hijo Juan Lucas
para que le sirva de inspiración
en el futuro.**

AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer a mi director de la investigación, profesor Jorge Iván González Borrero por toda su ayuda, sus comentarios pertinentes y sus valiosas orientaciones que hicieron posible la culminación de la investigación.

Un agradecimiento muy especial al profesor Luis Lorente por su ayuda desinteresada, por los aportes y la crítica académica fundamental al trabajo. Sin su apoyo no sería posible este trabajo.

Agradecimientos también al profesor Gerardo Fujji Gambero por su cordialidad en mi estancia en la Universidad Nacional Autónoma de México y por sus comentarios al trabajo.

TABLA DE CONTENIDO

	Pag
1. INTRODUCCION.	6
2. EL MODELO DE HARROD: SUS APLICACIONES Y DESARROLLOS RECIENTES.	9
2.1. El Modelo de Harrod.	10
2.2. Que se ha hecho con el modelo?	11
2.2.1. Implementaciones del modelo de Harrod.	11
2.2.2. Desarrollos recientes con el modelo de Harrod.	
3. LA TASA DE CRECIMIENTO GARANTIZADA DE HARROD COMO LEY DEL CRECIMIENTO. UNA COMPROBACION EMPIRICA.	22
3.1. El modelo de Harrod Modificado.	24
3.2. Los componentes de los Teoremas Fundamentales.	27
3.3. Validación Empírica de los teoremas Fundamentales.	29
3.3.1. Metodología Seguida Para la comprobación Empírica.	30
3.3.2. Verificación.	31
3.3.2.1. Gráficos de las Tasas de Crecimiento.	32
3.3.2.1.1. Hipótesis Sobre los Determinantes de la Relación Marginal Capital Producto.	43
3.3.2.2. Tasas de crecimiento Promedias.	49
3.3.2.3. Estimaciones Data Panel.	57
3.3.2.4. La Relación entre Inversión, Crecimiento y Progreso Técnico	60
4. EL PROBLEMA DE INESTABILIDAD.	64
4.1. El Equilibrio Externo y la Tasa Garantizada de Crecimiento.	67
4.2. La ecuación de Harrod con Sector Público y sector Externo	73
4.3. Expectativas y el principio de Inestabilidad.	75
4.4. La Heterodoxia de Harrod.	78
4.4.1. Determinantes de la tasa de crecimiento garantizada G_w	81
5. CONCLUSIONES.	84
REFERENCIAS.	

CRECIMIENTO ECONOMICO: UN PUNTO DE VISTA HETERODOXO.

UN ANÁLISIS DESDE LA PERSPECTIVA DE HARROD

1. INTRODUCCION.

El problema básico de la teoría del crecimiento es describir el comportamiento de una economía en expansión a través del tiempo. A los enfoques que tratan de explicar el problema básico del crecimiento con base en los componentes de la demanda agregada se les ha llamado planteamientos poskeynesianos y neokaleckianos o, teoría heterodoxa del crecimiento económico.

En la tradición Poskeynesiana la teoría del crecimiento económico se caracteriza, entre muchos elementos, porque su enfoque considera que la economía no necesariamente tiende al pleno empleo y que los componentes de demanda agregada realmente pueden afectar la tasa de crecimiento de la economía. Dentro de esta tradición, se encuentra la propuesta de Harrod (1939). El análisis de Harrod se centraba en argumentar que la tasa de crecimiento garantizada de la economía podía estar influenciada por los tres componentes principales de la demanda efectiva, es decir, el sector gobierno, el sector privado en forma de la inversión y consumo autónomos y el sector externo.

Esta investigación desarrolla tres puntos a partir de la propuesta de Harrod sobre crecimiento. El primer punto que contempla la investigación y que no se ha realizado anteriormente, corresponde a una modificación y a una comprobación empírica de la tasa de crecimiento garantizada y su relación con la tasa de crecimiento real de la economía para 88 países del mundo. La variante del teorema fundamental de Harrod comprende la inclusión explícita del cambio técnico. Esta verificación y comprobación realizada a través de cuatro métodos alternativos permite concluir que la nueva tasa garantizada de crecimiento tiende a ser una ley en teoría del crecimiento económico. Así mismo, la investigación muestra que la tasa de ahorro no guarda una relación lineal directa con la tasa

de crecimiento de la economía y que la relación marginal capital producto al igual que el cambio técnico son las variables determinantes en el modelo. Finalmente, en este primer punto, se plantean teóricamente y se comprueban empíricamente cuales son los determinantes de la enigmática relación marginal capital producto.

El segundo punto que aborda esta investigación se refiere a la solución del principio de inestabilidad de Harrod a partir de un modelo de expectativas. Las discrepancias entre la tasa de crecimiento real de la economía y la tasa de crecimiento garantizada tienden a ser mínimas en todos los países de estudio refutando de esta manera las concepciones que se tienen tradicionalmente sobre las conclusiones dramáticas a las que conduce el modelo de Harrod.

El tercer punto que desarrolla este trabajo se refiere a verificar empíricamente si las variables de demanda juegan un papel fundamental en la determinación de la tasa de crecimiento garantizada de Harrod.

Este trabajo comienza con esta breve introducción sobre el tema del crecimiento económico. En la sección dos se presentan los teoremas fundamentales de Harrod y se muestran cuales han sido las implementaciones y los desarrollos recientes con ese modelo.

En la sección tres se plantean los teoremas fundamentales y se presenta una modificación a estos teoremas y se realiza una comprobación empírica empleando cuatro metodologías diferentes. Así mismo, se exploran los determinantes de la relación marginal capital producto para una muestra de 88 países.

En la cuarta sección se hace una disertación sobre las ambigüedades de Harrod para eliminar el problema de inestabilidad a partir del déficit fiscal y el sector externo. Así mismo, se muestra un planteamiento muy básico de un modelo de expectativas que pretende orientar la solución del problema de inestabilidad de Harrod, para terminar con el planteamiento de los determinantes de la tasa garantizada de crecimiento a partir de las variables de demanda y sus posibles efectos para superar el problema de inestabilidad. Finalmente, en la quinta sección, se presentan las principales conclusiones derivadas del trabajo.

Quiero manifestar, que en el desarrollo del primer punto, jugó un papel fundamental y decisivo, la contribución del profesor Luis Lorente. Su participación activa, permanente y desinteresada en aras de la coherencia y el rigor de la investigación lo cataloga como codirector del trabajo. Agradezco públicamente sus comentarios y sugerencias que permitieron el avance y consolidación del documento.

2. EL MODELO DE HARROD: SUS APLICACIONES Y DESARROLLOS RECIENTES.

En los últimos 25 años se han publicado una gran cantidad de artículos sobre las teorías del crecimiento económico y resulta indiscutible que uno de los más sobresalientes autores de este movimiento fue Harrod¹. Su teoría sobre el crecimiento económico merece cierto reconocimiento y por ello es obligatorio una deferencia sobre sus principales contribuciones en este terreno.

Harrod (1939) reintrodujo la idea de crecimiento en la teoría económica y el concepto de crecimiento sostenido y proporcional. Así mismo, volvió a darle importancia al papel del ahorro como acumulación de capital y proporcionó a los teóricos del desarrollo elementos suficientes para su análisis. Adicionalmente, ofreció un marco para que su análisis pudiera interpretarse como una explicación de los ciclos y del crecimiento económico. Así mismo, involucró la relación entre crecimiento económico y el crecimiento de la balanza de pagos. Finalmente y entre otras contribuciones retomó el papel preponderante de las expectativas empresariales como origen de los problemas para conseguir un crecimiento sostenido y de pleno empleo.

El modelo de Harrod también ha sido interpretado como un modelo que contribuyó al análisis del crecimiento económico vía la distribución del ingreso como en su momento lo hicieron Kaldor y Pasinetti.

Finalmente, el modelo de Harrod ha sido interpretado como una relación lineal entre crecimiento y acumulación de capital como lo señalan Thirlwall (2003), Dajin Li (2002) y el mismo Easterly (1997). Esta versión del modelo de Harrod, es decir la relación entre crecimiento económico e inversión también podría explicarse a través de otros factores como la inclusión de las restricciones de liquidez y de aspectos como la incertidumbre sobre la tasa de incremento salarial y/o la esperanza de vida (Kotlikoff (1998)). Se presenta a continuación una exposición muy breve del modelo de crecimiento de Harrod.

¹ Es claro que no se deben olvidar los planteamientos que sobre crecimiento económico realizaron A. Smith, D. Ricardo, T. Malthus, A. Marshall, C. Marx, F. Ramsey, etc.

2.1. El Modelo de Harrod.

Harrod (1939) propone que existe un nivel de precios dado en la economía (no hay inflación), se presenta un equilibrio macroeconómico donde el ahorro es igual a la inversión, la propensión marginal a ahorrar (s) es igual al ahorro medio de la economía, las variables se usan en términos netos es decir descontada la depreciación, la capacidad productiva de la economía es calculable, es decir tanto el stock de capital (K) como el producto (Y) pueden ser cuantificados y la tasa de crecimiento de la población (n) y la productividad (β) crecen exógenamente.

La ecuación fundamental parte de la igualdad entre la inversión (I) o las variaciones en el capital y el ahorro, es decir, $I = \Delta K = S = sY$. Así mismo, establece la relación marginal capital producto como $C = \Delta K/\Delta Y$, es decir, establece que la inversión depende de cambios en las variaciones en el producto. Con base en estas ecuaciones deriva su ecuación que representa una senda de crecimiento, así:

$$G_y = \frac{s}{C} \quad (1)$$

De donde G_y es la tasa de crecimiento observada, " s " es la tasa de ahorro y " C " es la relación marginal capital producto que puede o no dejar satisfechos a los capitalistas cuando realizan una inversión. Más exactamente, Harrod argumenta que esa ecuación es una versión dinamizada del hecho de que la inversión es siempre y necesariamente igual al ahorro".

Harrod plantea adicionalmente, que la economía puede lograr una senda dinámica de crecimiento cuando los inversionistas quedan completamente satisfechos con sus decisiones de inversión. A esta tasa de crecimiento la

denomina la tasa de crecimiento garantizada (G_w) que es igual a la tasa de ahorro dividida por la relación marginal capital producto que deja satisfechos a los capitalistas C_r .

$$G_w = \frac{s}{Cr} \quad (2)$$

Estas tasas de crecimiento efectiva (G_y) y garantizada (G_w) podrían ser iguales a la tasa de crecimiento natural, la cual involucra la tasa de crecimiento de la población y la tasa de crecimiento de la productividad denominándola Gn ². Se observará que la denominada edad de oro se presenta cuando $G_w = G_y = Gn$. La divergencia entre estas tasas de crecimiento originan los problemas de pleno empleo e inestabilidad. Es decir, si $G_w = G_y \neq Gn$ pueden presentarse problemas de desempleo cuando $G_y < Gn$ o sobre-empleo en la economía cuando $G_y > Gn$. Adicionalmente, si $G_w \neq G_y = Gn$ se puede presentar el problema de inestabilidad, problema que será tratado en una sección posterior.

Estos problemas derivados del modelo de Harrod, sobre todo el problema de inestabilidad, han permitido desarrollos en teoría del crecimiento y aplicaciones reales a diferentes economías. La siguiente sección muestra la utilidad del modelo y los desarrollos recientes derivados de esa propuesta.

2.2. Que se ha hecho con el modelo de Harrod?

² De acuerdo con Harrod la población crece exponencialmente a la tasa “ n ” y está representada por $L_t = L_0 e^{nt}$. Así mismo, la tasa de crecimiento de la productividad está dada por β y crece de la siguiente forma: $Y_t = Y_0 e^{\beta t}$. En consecuencia, la tasa de crecimiento natural Gn será igual a la suma de la tasa de decrecimiento de la población y de la productividad, es decir, $Gn = \beta + n$

2.2.1. Implementaciones del Modelo de Harrod.

El uso del modelo de Harrod llegó a popularizarse y aún es popular porque su simplicidad conllevó a predicciones fuertes sobre el crecimiento del producto. Este crecimiento estaba relacionado directamente con la participación de la inversión dentro del producto. En muchos países se ha implementado para cuantificar los requerimientos de inversión a fin de obtener unas metas de crecimiento preestablecidas. El mismo Banco Mundial lo ha utilizado como un modelo para observar que países tenían problemas de deuda y financiamiento. A esta versión del modelo se le denominó el Modelo Estándar Mínimo (MSM). Posteriormente fue revisado por los economistas del mismo Banco y lo denominaron el Modelo Estándar mínimo revisado (RMSM), en el que la tasa de crecimiento del producto interno bruto era igual a la inversión como proporción del PIB (rezagado un año) y dividido por la relación capital producto. En este caso se buscaban metas de crecimiento para la reducción de la pobreza o la creación de empleo.

A finales de la década de los noventa y aún hoy en día, el modelo de Harrod es utilizado por algunas organizaciones internacionales empezando por el mismo Banco Mundial, quien lo utiliza para hacer proyecciones en cerca del 90% de los países en desarrollo. En este periodo se hicieron otras modificaciones al modelo para analizar los balances fiscales y monetarios. Esta nueva versión del modelo se le denominó el Modelo Estándar Mínimo Revisado Extendido (RMSM-X) y fue aplicado en Guyana, Uganda, Lituania, y en la mayoría de países de Latinoamérica por parte del Banco Mundial. De igual manera fue y es utilizado por el Banco Interamericano de Desarrollo y por el Banco Europeo para la Reconstrucción y el Desarrollo para proyectar los requerimientos de inversión en los países Excomunistas.

Recientemente, algunos investigadores utilizan este modelo para fines específicos como por ejemplo para la reducción de la pobreza (Tripathy R. 2003), para la inclusión del sector externo junto con brechas de financiación (Ranaweera T. 2003), para evaluar el ajuste y el bajo crecimiento económico en Rusia en los noventa (Berthomieu C. y Tikhonenko A. 2003), para explicar el proceso de

desarrollo dinámico (Grabowski R. y Shields M. 2000), para mirar como se financia el crecimiento y el desarrollo en economías en transición (United Nations Economic Comisión for Europe. 2000) entre muchos otros.

2.2.2. Desarrollos Recientes con el Modelo de Harrod.

En las décadas 50 y 60, se hicieron grandes avances en teoría del crecimiento, específicamente para dar respuesta a los problemas de pleno empleo y estabilidad del modelo de Harrod (Solow, Kaldor y Pasinetti). En los últimos diez años, se han desarrollado algunos trabajos en torno a este modelo, que hacen evidente su pertinencia. Entre estos trabajos se destacan los que tratan el problema de estabilidad originado por la rigidez de los parámetros del modelo. Como se recordará, el modelo genérico presenta los problemas de estabilidad, pleno empleo y la exogenización del cambio técnico. En este sentido, Erturk(2001) plantea el modelo asumiendo una flexibilización la endogenización del ahorro como una función no lineal de la misma acumulación y la endogenización de las innovaciones las cuales reflejan el cambio técnico. Estos supuestos modifican la dinámica del modelo en el sentido de que el modelo se torna estable, es decir un modelo Harrodiano en el que los puntos de expansión o de contracción retornan a sus niveles de equilibrio.

Mehlum H. (2004) demuestra que el problema del filo de la navaja del modelo de Harrod es resuelto cuando se utiliza la función de utilidad de Ramsey (1928). El autor concluye que se consigue una senda de crecimiento óptima y que ese crecimiento es estable. Su trabajo asume los supuestos del modelo genérico, aún incluyendo la función de producción de coeficientes fijos, excepto el de la rigidez del ahorro.

Neville (2003) afirma que Harrod estuvo de acuerdo con él, (cita y anexa la carta para dar fe de esta referencia) en cuanto a que el principio de inestabilidad podía depender del tamaño del multiplicador y del coeficiente de aceleración dentro de

ciertos rangos. Según sea el tamaño del multiplicador, el cual está determinado por la propensión marginal a consumir y, según sea el tamaño de la propensión marginal a invertir, entonces se presentará el problema de inestabilidad si las dos propensiones se salen de unos valores razonables que corresponden a un rango dentro del cual el modelo es estable.

Besomi (1999) centra su análisis en los trabajos que sobre dinámica escribió Harrod porque su interés investigativo siempre ha sido la historia de la dinámica económica formal. El autor argumenta que hay un desconocimiento sobre los postulados de Harrod y explícitamente critica la concepción que se tiene sobre su modelo de crecimiento, en especial, dice que Harrod nunca propuso una teoría del crecimiento sino una teoría que explicara la dinámica del comportamiento de la economía.

Adicionalmente, algunos otros autores utilizan (sin saberlo) la relación lineal entre producto y capital la cual refleja el espíritu del planteamiento original del modelo de Harrod-Domar, y que se conoce hoy en día como los modelos de crecimiento AK.

Parte de la nueva teoría del crecimiento endógeno soporta la relación lineal existente entre la tasa de crecimiento del producto y el capital como lo señala Easterly (1997). Este autor enfatiza que la nueva literatura sobre crecimiento pareció soportar la relación lineal entre crecimiento del producto e inversión propuesta en el modelo de Harrod. Si se observan los desarrollos propuestos por Romer (1987), en ellos se plantea que existe una relación lineal entre producto y capital. Romer empezó su análisis asumiendo una función de producción Cobb-Douglas ($Y = K^\alpha L^{1-\alpha}$) pero sugirió que existía una externalidad positiva (learning by doing) del capital físico al conocimiento tecnológico (K^b); así, la función de producción estaba dada por $Y = K^\alpha L^{1-\alpha} K^b$. Si se asume que $\alpha+b = 1$ como lo hizo Romer (1987) entonces existe una relación lineal entre el producto y el capital³. Posteriormente Romer (1994) muestra su pesar por haber dado tanta importancia

³ si $\alpha+b = 1$ entonces $Y = K^\alpha L^{1-\alpha} K^{1-\alpha}$ ó $Y = K L^{1-\alpha}$. Al linealizar la función con logaritmos y luego diferenciarla se obtiene que la tasa de crecimiento del producto presenta una relación lineal con el capital.

al peso del capital físico justamente cuando sus modelos de crecimiento endogenizan la creación de nuevas ideas y nuevos bienes en cuyo caso, la relación lineal entre capital físico y producto es muy lejana.

Otra función de producción utilizada en la nueva teoría del crecimiento mantiene el espíritu del modelo de Harrod. Esta función es la propuesta por Rebelo (1991) que es simplemente el modelo $Y = AK$. Este modelo es más general que el modelo Harrod en el que se incluye solamente capital físico porque el Capital (K) puede asumir diferentes formas como por ejemplo capital físico, capital humano, capital ambiental, etc. Desde luego, es importante entrar a reconsiderar este tipo de tecnología porque ha permitido desarrollos modernos en teoría y en literatura empírica sobre crecimiento económico. Como ejemplo de estos avances está el desarrollado por E. McGrattan (1998) donde se cuestionan los resultados del modelo neoclásico obtenidos por Jones (1995). Así mismo, se encuentran los desarrollos de Kotlikoff (1998) en el que se presenta una síntesis de lo que ha sido, es y será el modelo AK. De igual manera se encuentra el modelo desarrollado por Boucekkine, Lisandro, Puch y Del Rio (2002) en el que se analiza el equilibrio dinámico de un modelo de crecimiento endógeno con calidad de capital.

De igual manera, Thirlwall y Hussein (2000) argumentan que el modelo AK de la nueva teoría del crecimiento es la misma ecuación de crecimiento de Harrod y le dan validez a sus argumentos comprobando empíricamente la relación entre crecimiento del producto y la tasa de inversión.

Gan Gon (2002) presenta un modelo de crecimiento Harrodiano en términos no lineales en el que hace endógeno el cambio técnico. La metodología que sigue es introducir las innovaciones en el producto con el cual se elimina la inestabilidad del modelo de crecimiento dando paso a un modelo de crecimiento cíclico. Posteriormente, introduce el cambio estructural que permite la endogenización de las innovaciones tecnológicas.

Germain Mark y Magnus Alphonse (2004) Muestran cual es el impacto del cambio técnico en un modelo con calidad de capital, así, la tasa de crecimiento en el modelo de Harrod es endógena porque depende de la tasa de crecimiento del progreso técnico.

Lorente (2005), realiza una reinterpretación del modelo de Harrod en términos estrictamente Keynesianos en el que se elimina la causalidad del ahorro hacia la inversión, dando lugar a un ahorro residual en el circuito económico. En esta nueva versión del modelo, el ahorro juega un papel pasivo determinado exclusivamente por la inversión la cual está limitada por la mano de obra disponible en la economía.

Otros enfoques sobre crecimiento económico a partir de las propuestas de Harrod son los que relaciona el sector externo con el crecimiento. Trabajos como el de Beckerman (1962) y Lanfalussy (1963), plantearon inicialmente que las exportaciones podrían jugar un papel importante en la consecución de mayores tasas de crecimiento económico. Los trabajos de Thirlwall (1979), Thirlwall y McCombie (1997) son en realidad extensiones de esos trabajos, siendo el prototipo de los modelos de crecimiento inducidos por las exportaciones y los más usados por la tradición heterodoxa a partir de la llamada ley de Thirlwall.

La ley de Thirlwall donde se dinamiza el multiplicador del comercio exterior de Harrod, muestra que el crecimiento de una economía depende del crecimiento de las exportaciones divididas por la elasticidad ingreso de las importaciones y asumiendo que los términos de intercambio son constantes. Bajo estas condiciones, se podría decir que el crecimiento de los países se da a tasa diferentes porque en economías abiertas hay restricción de la balanza de pagos, es decir, bajas exportaciones, generando con ello problemas de desempleo y baja utilización de la capacidad instalada. Evidentemente, se le han ido haciendo adiciones a este modelo, como la inclusión de el nivel de renta externa, Thirlwall y McCombie (1997) y McCombie (1998). Los dos autores aseguran que ese modelo es equivalente al supermultiplicador de Hicks en el que se involucran los

componentes autónomos de demanda. La versión resumida de ese modelo es el siguiente:

$$Gy = \mu Gy^* / \pi \quad (3)$$

En donde Gy es la tasa de crecimiento del producto, μ es la elasticidad ingreso de la demanda por exportaciones, Gy^* es la tasa de crecimiento del ingreso externo y π es la elasticidad ingreso de la demanda por importaciones. De ahí se deduce que si μ es mayor que π entonces aumentará Gy . Así mismo si aumenta Gy^* también se generará mayor crecimiento en el país por su efecto sobre las exportaciones. Todo este desarrollo está basado en el multiplicador del comercio de Harrod, pero ello no quiere decir que este modelo, sea la versión del modelo de crecimiento de Harrod en una economía abierta.

El trabajo de Moudud (2000) hace una breve disertación sobre el comportamiento de la balanza comercial y la tasa de crecimiento garantizada, real y natural. El argumenta que las mayores exportaciones elevan la tasa real de crecimiento, mientras que reducen la tasa de crecimiento garantizada. De acuerdo a las ecuaciones fundamentales de Harrod, unas mayores exportaciones reducen las dos tasas, y si están en desequilibrio, evidentemente ese desequilibrio tenderá a reforzarse. En consecuencia, a Moudud se le olvidan las ecuaciones fundamentales que Harrod propone en su libro "hacia una economía dinámica" pag 118-9.

El trabajo de Thirlwall (2001) relaciona explícitamente la tasa de crecimiento garantizada, la tasa natural de crecimiento y la tasa de crecimiento del equilibrio de la balanza de pagos. El autor reconoce que el sector externo juega un papel fundamental en la tasa de crecimiento garantizada a través de la tasa de ahorro. Si hay superávit comercial entonces se reduce la tasa garantizada, mientras que si hay déficit el ahorro externo se eleva y en consecuencia sube la tasa garantizada. Tampoco dice nada sobre la tasa de crecimiento efectiva cuando se modifica la balanza comercial, esto es de vital importancia porque si analizamos por ejemplo el caso número 6 de los posibles desequilibrios, se encuentra que la

tasa real o efectiva es mayor que la garantizada, de seguir esa tendencia, como debería seguir de acuerdo al principio de inestabilidad, entonces una tasa efectiva de crecimiento cada vez más alta puede ocasionar desequilibrios, en este caso déficit en la balanza comercial a menos que el crecimiento del ingreso del resto del mundo sea mas elevado que el del país local.

Thirlwall realiza su análisis con base en la ecuación de crecimiento del sector externo propuesta en 1979, es decir:

$$G_y = x / \pi \quad (4)$$

En donde G_y es la tasa de crecimiento del producto, x es la tasa de crecimiento de las exportaciones y π la elasticidad ingreso de las importaciones. Esta ecuación la compara con la tasa de crecimiento garantizada y la tasa de crecimiento natural. Nunca hace relación a la tasa de crecimiento real. Nuevamente, involucrar la tasa de crecimiento real en el análisis es importante, por que esta tasa puede ser la determinante de los desequilibrios en el sector externo. Se ha mostrado a través de los modelos macroeconómicos tradicionales expresados en términos dinámicos (ie, modelo IS-LM), que solo hay un nivel de renta de la economía que es compatible con el equilibrio en la balanza comercial. Ese es el crecimiento de la renta que Thirlwall muestra en su modelo de la ecuación (3), pero desde luego no es el mismo crecimiento de la renta compatible con el equilibrio en el mercado de bienes o con el equilibrio en el mercado monetario y de activos financieros, etc. Veamos un ejemplo sencillo:

Se asume que:

$$DA = Y = C + I + X - M \quad (5)$$

$$C = cY \quad (6)$$

$$B_c = X - M \quad (7)$$

$$M = mY \quad (8)$$

$$I = I_0 \quad (9)$$

De donde DA es la demanda agregada, Y es el ingreso, C es el consumo, I es la inversión, X son las exportaciones, M son las importaciones, "c" es la propensión marginal a consumir y "m" es la propensión marginal a importar. Se puede demostrar que solo hay un nivel de ingreso compatible con el equilibrio en la balanza comercial. La solución total del modelo es igual a:

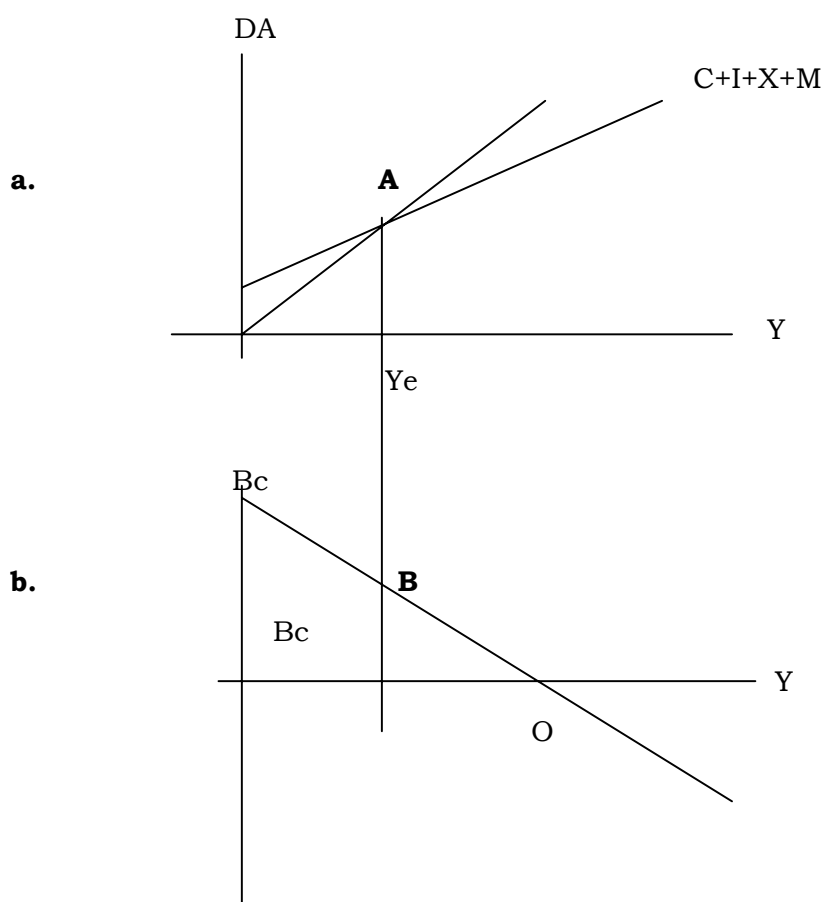
$$Y_e = (1/1-c+m) (X + I_0) \quad (10)$$

Mientras que la el ingreso compatible con la balanza comercial es:

$$Y = X/m \quad (11)$$

Gráficamente también se puede mostrar:

Gráfico 1



En el gráfico 1, en la parte a. se presenta el mercado de bienes el diagrama Keynesiano tradicional de 45 grados. La diagonal que divide el plano en dos partes iguales asegura que la oferta agregada es igual a la demanda agregada en cualquier punto. La recta de pendiente positiva relaciona la demanda agregada ($C+I+G+X-M$) con pendiente igual a la propensión marginal a consumir menos la propensión marginal a importar ($c-m$). En el punto A donde se corta la demanda con la recta de 45 grados se asegura un equilibrio en el mercado de bienes, es decir se determina un nivel de ingreso que asegura ese equilibrio.

En la parte b del gráfico 1. la curva de pendiente negativa ($-m$) es la balanza comercial. Es decir, la balanza comercial presenta una relación inversa con el ingreso. A mayores niveles de ingreso la balanza comercial empeora o entra en déficit y a bajos niveles de ingreso la balanza comercial presenta un saldo positivo como es el caso del punto B.

En el gráfico, se observa que hay un equilibrio en el mercado de bienes total, punto A, mientras que en la parte inferior del gráfico muestra que hay superávit en la balanza comercial, punto B. Solo habría un nivel de ingreso compatible con el equilibrio en la balanza comercial en el punto O, niveles de ingresos por encima de ese nivel, generarán déficit en la balanza comercial.

Con esto se muestra, que es la tasa de crecimiento del ingreso real la que puede modificar el saldo en la balanza comercial, y no, derivar a partir de ella, una tasa de crecimiento de la economía. Por esta razón, es muy importante involucrar dentro del análisis de las divergencias de las tasas de crecimiento, la tasa real de crecimiento y no eludir el problema como lo hace Moudud y Thirlwall.

Thirlwall (2001) relaciona explícitamente la tasa de crecimiento garantizada, la tasa natural de crecimiento y la tasa de crecimiento del equilibrio de la balanza de pagos. El autor reconoce que el sector externo juega un papel fundamental en la tasa de crecimiento garantizada a través de la tasa de ahorro. Si hay superávit comercial entonces se reduce la tasa garantizada, mientras que si hay déficit el ahorro externo se eleva y en consecuencia sube la tasa garantizada.

Por supuesto, que el modelo de crecimiento de Harrod ha estado sometido a una diversidad de críticas que han posibilitado el surgimiento de teorías alternativas con postulados diferentes y con logros o conclusiones radicalmente opuestas. Una de las críticas se *centra* en el supuesto de la relación capital producto constante que es inapropiada para analizar el proceso de crecimiento en el largo plazo. Otra crítica se centra en que las propiedades de inestabilidad del modelo resultan muy dramáticas porque no contempla los mecanismos que podrían conllevar a una explicación del comportamiento cíclico de la economía.

Recientemente Easterly (1997) critica este modelo argumentando que a pesar de que ha servido como un modelo para calcular los requerimientos de inversión en el corto plazo a fin de lograr una meta de crecimiento, o, para determinar las necesidades de financiamiento de la inversión cuando el ahorro es escaso; su aplicabilidad no es consistente con los datos para los últimos cuarenta años. Adicionalmente, concluye que no existe una justificación teórica o empírica para asumir una relación proporcional entre inversión y crecimiento en el corto plazo y para calcular la brecha de financiamiento entre inversión y ahorro. No obstante estas críticas, el autor no propone un modelo alternativo que pueda ser usado por las Instituciones Financieras Internacionales que posibilite su uso en el contexto de fijación de metas de crecimiento o requerimientos de inversión o para establecer brechas de financiamiento. Adicionalmente, se recordará que los resultados obtenidos por Easterly son contrarios a los obtenidos por Thirlwall en los que si se evidencia una relación entre crecimiento del producto y la tasa de inversión.

3. LA TASA DE CRECIMIENTO GARANTIZADA DE HARROD COMO LEY DEL CRECIMIENTO ECONOMICO. UNA COMPROBACIÓN EMPIRICA.

En teoría del crecimiento hubo desarrollos importantes en la década de los 50 a partir del modelo de Harrod (1939). Estos desarrollos estaban orientados básicamente a solucionar el problema de inestabilidad que presentaba el modelo de Harrod. Solow (1956) flexibiliza la relación capital trabajo mientras que Kaldor(1960) y Pasinetti(1961-1962) flexibilizaron las tasa de ahorro al igual que Melhum (2004) o Erturk (2001) quien propone una función de ahorro no lineal junto con la inclusión de la ley de Kaldor. Gan Gon (2002) endogeniza el cambio técnico y soluciona la inestabilidad del modelo. Ha habido muchos desarrollos en torno a la propuesta de Harrod, pero son desarrollos teóricos, no ha habido una comprobación empírica literal del modelo, las que se han hecho, apenas son interpretaciones del modelo como las planteadas por Easterly (1997, 1999) y Hussein y Thirlwall (2000).

El propósito de esta sección es validar las ecuaciones fundamentales de Harrod para comprobar su aplicabilidad en cualquier momento del tiempo. Es decir, en cualquier instante del tiempo debe ser cierto que la tasa de ahorro o la propensión media o marginal a ahorrar dividida entre la relación marginal capital producto tienden hacia la tasa de crecimiento de la economía. Si esto es así, entonces los teoremas podrían aproximarse a leyes que describen el crecimiento económico, aún cuando no lo expliquen.

En términos muy sencillos, una ley es una ecuación muy simple que describe un fenómeno, a pesar de que no lo explique, además debe ser válida en cualquier momento del tiempo, en cualquier país o región o continente, independientemente de la estructura de la economía, de la ubicación geográfica, del tamaño de su población, de la estructura política, etc. Por ejemplo, así pasa con la ley de la gravitación universal que describe el fenómeno en términos generales pero no lo explica. Bajo estas ideas, se plantea que los teoremas fundamentales de Harrod son leyes que describen el fenómeno del crecimiento. La explicación del mismo, debería ser estudiada a partir de los factores que

inciden sobre la tasa de ahorro y sobre la relación marginal capital producto o la productividad del capital pero este tema será abordado en otro momento. El propósito de este trabajo es comprobar empíricamente si los teoremas de Harrod son leyes y a su vez, si tienden a ser leyes del crecimiento, entonces, tratar de perfeccionar esos teoremas.

Si los teoremas fundamentales son leyes del crecimiento, se sugiere que estas ecuaciones no son pertinentes cuando se usan para establecer brechas de ahorro o para establecer la cantidad de inversión requerida para lograr una meta de crecimiento cuando se asume una relación marginal capital producto constante, relación que de hecho está cambiando en el tiempo. Curiosamente esto es lo que ha venido haciendo el Fondo Monetario Internacional, el Banco Mundial y el Banco Europeo para la Reconstrucción y el Desarrollo.

De igual manera, los desarrollos recientes con base en el modelo de Harrod han sido teóricos, aún falta su comprobación empírica en casi todos los casos. Tan solo, Easterly (1997, 1999) por un lado y Thirlwall (2001) por el otro, han estimado la relación entre crecimiento del producto con respecto a la tasa de inversión encontrando resultados diferentes,. En consecuencia, es necesario analizar o aplicar las ecuaciones fundamentales a los datos observados, esto es, a la tasa de ahorro, y a la relación marginal capital producto requerida para verificar su validez en cualquier momento del tiempo.

Las ecuaciones 1 y 2 según Harrod no constituyen un modelo en si, más bien, escribe, " las dos ecuaciones deberían ser tomadas como leyes que expresan ciertas relaciones necesarias. Son relaciones empíricas pero necesarias ". Harrod (1973, Pág. 27) dice que " la validez de la fórmula anterior no puede ser puesta en duda; se trata de una verdad necesaria. La única cuestión discutible es la de su utilidad ".

Así mismo, Harrod (1973, Pág. 175) vuelve a hacer énfasis en que sus ecuaciones fundamentales son " axiomas que serían la base de una teoría general del crecimiento económico ". Bajo esta consideración, una alta tasa de crecimiento

estará asociada a una alta tasa de ahorro o a una baja relación marginal capital producto o lo que es lo mismo a una alta productividad del capital. Desde luego, la fórmula es aplicable también, cuando se tiene una alta tasa de crecimiento pero existe un bajo ahorro, en este sentido, el resultado será una alta productividad del capital o una menor relación marginal capital producto.

De igual manera puede coexistir una baja tasa de crecimiento del producto con una alta tasa de ahorro, en ese caso la ecuación de Harrod mostrará que la productividad marginal del capital es muy baja. Estos resultados serán independientes del país de estudio, es decir, debe ser una ley general del crecimiento. Cuando se dice por ejemplo, que un auto recorrió 100 kilómetros en terreno completamente llano y recto en 60 minutos, entonces la velocidad debe ser de 100 kilómetros por hora (100 k/h), aproximadamente, porque aún en este caso persiste un error aun cuando sea muy pequeño. Pero si se dice que los mismos 100 kilómetros los recorre en 30 minutos entonces la velocidad será de 200 kilómetros por hora (200 k/h). La ecuación de la velocidad que iguala al espacio dividida por el tiempo es una ley general. Si seguimos con los mismos 100 kilómetros pero ahora decimos que el terreno es montañoso y con muchas curvas entonces es muy probable que ese espacio sea recorrido en un tiempo mayor, en cuyo caso, la velocidad será menor, pero seguirá siendo cierto que la velocidad es igual al espacio respecto al tiempo. Haciendo un símil con la ecuación de Harrod entonces, la tasa de ahorro dividida entre la productividad marginal del capital dará como resultado una tasa de crecimiento económico. Al igual que una alta velocidad está asociada a un menor tiempo posible, así mismo, una alta tasa de crecimiento estará asociada con una relación capital producto muy baja o lo que es lo mismo una productividad del capital muy alta. Al igual que con la ecuación de la velocidad que presenta un error aunque sea mínimo, así mismo, es posible que la ecuación de Harrod tenga un error. Esto es justamente lo que debe verificarse con la información disponible.

Si teóricamente se cree que esas ecuaciones fundamentales son leyes, o mejor en términos de Harrod, leyes que reflejan un progreso continuo, entonces estas ecuaciones deben ser validadas o comprobadas empíricamente. En otras

palabras, debe ser cierto que la tasa de ahorro dividida por la relación marginal producto refleja una tasa de crecimiento de la economía en cualquier instante del tiempo. Serán entonces, unos valores hacia los que tienden estos parámetros y en consecuencia, será un valor hacia el que tiende la tasa de crecimiento del producto.

Harrod (1966, Pág. 94) dice: " No conozco ninguna otra formulación alternativa, en el mundo de la teoría económica moderna, de cualquier principio de generalidad semejante. Tenemos que empezar con alguna generalidad aunque sea imperfecta ". Si esta formulación, es decir la tasa de crecimiento garantizada, es un principio general en teoría del crecimiento, entonces es importante comprobarlo empíricamente. A partir de su comprobación determinaremos si rechazamos o aceptamos la ecuación fundamental. Si la rechazamos, buscaremos nuevo norte, pero si la aceptamos aunque sea imperfecta, entonces debemos buscar su perfección en términos muy simples. La siguiente presentación ilustra este hecho.

3.1. El Modelo de Harrod Modificado.

En la literatura reciente sobre crecimiento endógeno se involucra la productividad total de los factores (PTF) como un factor que depende de una serie de variables como los factores institucionales, la organización del mercado, los aspectos macroeconómicos, los conflictos sociales, etc. Hoy en día, existe un consenso sobre la importancia de la productividad como fuente de crecimiento. Estudios como los de Prescott (1997) reafirman esta posición argumentando que el estudio sobre esta variable aún es muy precario pero que su importancia se refleja en el hecho de que este factor explica mas del 60% del crecimiento económico en los países desarrollados y cerca del 40% en los del tercer mundo.

El modelo que a continuación se presenta asume los mismos supuestos del modelo de Harrod con una leve modificación. Dentro de este modelo se hace explicito el comportamiento del cambio técnico dentro de las ecuaciones

fundamentales. Un aspecto poco o nada tratado en el modelo de crecimiento de Harrod hace referencia al análisis de la productividad total de los factores (PTF) o cambio técnico. Harrod plantea que hay una parte del crecimiento del producto que es explicado por el progreso técnico, la cual la asume como una tasa de crecimiento exógena.

Una de las propuestas alternativas para modificar el modelo teórico de Harrod se sustenta en Kalecki (1976). Kalecki propone que la variación del ingreso ΔY de un año a otro, dependen en primera instancia del efecto productivo de la inversión (I). Si se denota por C a la relación marginal capital producto, entonces, el efecto de la inversión será la multiplicación de $(1/ C)$ por la inversión, es decir, $(1/ C) * I$.

Kalecki también argumenta que existe una tendencia a que el crecimiento del ingreso nacional provenga de mejoras en la utilización del equipo productivo, o mejoras en la organización del trabajo, o en un uso mas racional de las materias primas etc, en definitiva, el crecimiento del ingreso dependerá del progreso técnico. Las implicaciones de estos hechos se convierten en un aumento en el ingreso nacional en la fracción $a * Y$.

Con base en las consideraciones anteriores se llega a la siguiente fórmula para el crecimiento del ingreso nacional:

$$\Delta Y = \frac{1}{c} I + aY \quad (12)$$

si se divide esa ecuación por Y se obtiene:

$$G_y = \frac{1}{c} \frac{I}{Y} + a \frac{Y}{Y} \quad (13)$$

Se denota G_y a la tasa de crecimiento del ingreso $\Delta Y/Y$. Ahora por el equilibrio macroeconómico donde el ahorro es igual a la inversión respectivamente se tiene

S=I y como porcentaje del ingreso nos da que $S/Y = I/Y$. Denotando S/Y por (s) se llega a la ecuación modificada de Harrod donde se tiene:

$$G_y = \frac{s}{C} + a \quad (14)$$

La ecuación 5 implica que la tasa de crecimiento del ingreso es igual a la tasa de ahorro dividida por la relación marginal capital producto más el crecimiento del adelanto tecnológico o innovaciones tecnológicas o progreso tecnológico.

De igual manera, la tasa de crecimiento garantizada será:

$$G_w = \frac{s}{C_r} + a \quad (15)$$

Kalecki argumenta que el coeficiente (a) permanece constante si todos los adelantos o progresos se dan a una tasa uniforme siempre y cuando la capacidad productiva este plenamente ocupada. De no ser así, este coeficiente podrá cambiar a través del tiempo y dependerá de la relación entre la demanda y la capacidad productiva.

Kalecki (1976, pag 31 a la 34) supone que la productividad en las fábricas que entran en operación crece a una tasa constante, es decir que de un año a otro este crecimiento de la productividad del trabajo puede ser expresado como $(1+\alpha)$. Así mismo, el crecimiento de la nueva producción deberá estar dado por $(1+G_y)$ porque la tasa de inversión se incrementa a una tasa anual constante si se mantiene la relación capital producto constante. En este sentido, tanto la productividad como el crecimiento de la producción aumentan a tasas constantes en las nuevas fábricas que entran en funcionamiento, por tal razón, el crecimiento de la ocupación también deberá crecer a la misma tasa. Formalmente se podría escribir el crecimiento de la ocupación como $(1+\varepsilon)$ que debe ser igual a la relación entre el crecimiento de la producción y el crecimiento de la productividad, es decir que $(1+\varepsilon) = (1+G_y) / (1+\alpha)$. Se observa entonces, que el

crecimiento de la economía queda determinado por la suma de la tasa de crecimiento de la productividad del trabajo y la tasa de crecimiento de la ocupación, pero α que es la tasa de crecimiento de la productividad del trabajo estará determinada por el progreso técnico. En consecuencia, de la ecuación 5, el progreso técnico "a" que crece a una tasa constante queda representado por la relación constante entre el crecimiento de la productividad del trabajo y el crecimiento de la producción, es decir, $(1+\alpha)/(1+G_y)$.

De acuerdo con lo anterior, Kalecki hace explícito la introducción del cambio técnico o progreso tecnológico y demuestra que este progreso técnico debe aumentar la productividad del trabajo, de tal manera que el crecimiento de la economía sea la suma de la tasa de crecimiento de esa productividad y la tasa de crecimiento de la población como lo había planteado Harrod.

3.2. Los componentes de los teoremas fundamentales.

El componente adicional en las ecuaciones fundamentales es "a" que comprende los incrementos en la tasa de crecimiento del producto debido al cambio técnico si existe pleno empleo en la economía. Si no existe pleno empleo, como es el caso de los países en vías de desarrollo, entonces el coeficiente "a" dependerá de la capacidad productiva, es decir de la brecha entre la producción efectiva y la producción potencial. Entonces, el crecimiento económico dependerá de la posibilidad de que las empresas encuentren nuevos mercados y puedan vender sus productos, en otras palabras, que la demanda del mercado reaccione, bien sea tanto la demanda interna como la demanda externa. De esta forma, una mayor demanda conducirá a una tasa mayor de crecimiento de la economía, aún cuando la relación entre la tasa de ahorro y la relación marginal producto no se modifiquen, supuesto que desde luego es un muy fuerte.

En los teoremas fundamentales de Harrod se presenta la tasa de ahorro y la relación marginal capital producto que puede dejar o no satisfechos a los empresarios. La tasa de ahorro o la propensión media o marginal a ahorrar es

tomada por Harrod como condicionante del crecimiento. Así lo plantea cuando presenta las divergencias entre la tasa de crecimiento real y la garantizada. En este contexto, la idea que se sigue, es, que son las decisiones de inversión las que determinan el ahorro, supuesto del pensamiento poskeynesiano. De esta manera, el ahorro sería residual o sería un resultado de las decisiones de inversión, por lo tanto en los nuevos teoremas, este ahorro es el resultado de decisiones de inversión y se iría acomodando para determinar la tasa de crecimiento de la economía. Sin embargo, aún no se tendría una teoría sobre estas decisiones de inversión o sobre la inversión realizada, de hecho Harrod nunca la planteó.

Si se asume el enfoque poskeynesiano sobre el ahorro, entonces no hay preocupación por establecer cual es el ahorro deseado por las familias y empresas para determinar una tasa de crecimiento, mas bien, ese ahorro determinará la tasa de crecimiento de la economía y estará gobernado por el impacto que tenga la inversión sobre la actividad económica. Así, pueden existir altas tasas de ahorro con bajas tasas de crecimiento, o al contrario, pueden existir altas tasas de crecimiento de la economía con bajas tasas de ahorro.

La relación marginal capital producto fue un concepto ampliamente discutido por Harrod. Esa relación dejara completamente satisfechos a los capitalistas si el efecto productivo de la inversión es tal que cumple sus expectativas. En consecuencia, si los empresarios quedan satisfechos con la inversión que realizaron, entonces seguirán invirtiendo, de no ser así, dejarán de invertir. Entonces, la tasa de ahorro dividida por la relación incremental capital producto determinará la tasa de crecimiento de la economía. Si no describe completamente el crecimiento de la economía, entonces, será necesario perfeccionar esos teoremas como argumentó el mismo Harrod.

La relación marginal capital producto es el inverso de la productividad marginal del capital, mientras mas alta sea, más alta será la tasa de crecimiento. Si la relación entre la tasa de ahorro y esta relación marginal capital producto se aproxima a la tasa de crecimiento garantizada, entonces estaremos enfrentados a analizar si todo tipo de inversión, bien sea en capital humano, en inversión

pública, en investigación y desarrollo, etc, descansa sobre la simple relación marginal capital producto. Creo que este punto es crucial en el análisis del crecimiento, de esta forma, podremos investigar mucho más sobre la calidad de la inversión que podría convertirse en la explicación de las diferencias de crecimiento entre países.

3.3. Validación Empírica de los Teoremas Fundamentales.

La validación empírica de la tasa de crecimiento garantizada de Harrod y la tasa de crecimiento modificada de Harrod se realizará con base en la información de la Penn World Table de Summers, Heston y Aten de 2002 para 107 países con información comprendida entre 1970 y 1996. Hay algunos países con información desde 1950, pero si se toma este periodo de 48 años saldrían de estudio 40 países y la aplicación solamente se haría para cerca de 67 países. Entonces, el estudio comprende un periodo relativamente largo, 27 años.

3.3.1 Metodología.

Para la comprobación empírica se siguió la siguiente metodología:

- Se toma la tasa de crecimiento del PIB para los 88 países en el periodo comprendido entre 1970 y 1996. Esta es la tasa de crecimiento real que será comparada con la tasa de crecimiento garantizada de Harrod y la tasa e crecimiento del modelo modificado de Harrod.
- La propensión marginal a ahorrar se expresa como la relación entre el ahorro agregado de la economía dividido por el PIB de cada país. El supuesto fuerte que existe, es que Harrod asume que la propensión marginal a ahorrar es igual a la propensión media a ahorrar, es decir, en este caso, la media es igual a la marginal. Por lo tanto, se toma la tasa de ahorro medio como una aproximación a estos conceptos. En la Penn World Table aparece este dato como “save” que significa el ahorro total como porcentaje del PIB. Si se asume

que la inversión determina el crecimiento y con este al ahorro, entonces es necesario igualar la tasa de ahorro a la tasa de inversión.

- La relación marginal capital producto se obtiene al mostrar la variación del capital de un periodo a otro ($\Delta K = K_t - K_{t-1}$) dividido entre la variación del PIB ($\Delta \text{PIB} = \text{PIB}_t - \text{PIB}_{t-1}$). Esta relación marginal capital producto es relativamente pequeña pero varía mucho entre países.
- El dato del capital se construyó a partir de la siguiente fórmula: $K_t = K_{t-1} + I_t$ y de donde I_t es la inversión. La inversión aparece como proporción del PIB en la Penn World Table, entonces lo que se hizo fue multiplicar esta tasa por el PIB para hallar la inversión agregada.
- El parámetro “ a ” en la ecuación 5 o 6 es un dato teórico del cambio técnico o del coeficiente de la capacidad instalada. El cambio técnico es complejo de hallar sobre todo para los países de estudio, al igual que el coeficiente de la capacidad instalada. Por tal razón una Proxy del cambio técnico sería la importación de bienes de capital, pero dado que en la información de la Penn World Table no posee este grado de desagregación, se ha tomado el crecimiento de las importaciones. Tomar el total de importaciones implica que el cambio técnico puede ser originado por la importación de bienes de consumo e intermedios y por supuesto de la importación de bienes de capital. Es posible que la importación de bienes de consumo e intermedios jalone el cambio técnico a través de la copia de este tipo de bienes y desarrollo de tecnología para su producción. Desde luego esta apenas es una hipótesis que debería ser comprobada y merece otro estudio. Por el momento se asumirá que el crecimiento total de las importaciones le pega positivamente al crecimiento de la economía y que este impacto refleja el cambio técnico.
- El ejercicio empírico se hace también continentalmente, es decir, se aplica el teorema de Harrod para Asia, Africa, los países de la OCDE, y Sur América.
- Se implementarán cuatro formas para verificar los teoremas: El primero es verificar la tasa de crecimiento garantizada frente a la real a través de un gráfico y para cada país.
- El segundo método es seguir la metodología del cálculo de promedio de crecimiento en todo el periodo sugerida por Bairan y Dempster (1991). En este caso se compararán las tasas de crecimiento reales de la economía con la tasa

de crecimiento garantizada de Harrod. Se esperaría que estas dos tasas coincidieran en todo el periodo de estudio y para todos los países y continentes.

- El tercer método de verificación es hacer un análisis de data panel entre la tasa real de crecimiento y la tasa garantizada de crecimiento. Se esperaría que el coeficiente de correlación tendiera al 100% y que el coeficiente que acompaña la tasa de crecimiento garantizada fuera 1. En este caso, se estaría validando el hecho de que la tasa de crecimiento real tiende a la tasagarantizada de Harrod.
- El cuarto método involucra el parámetro “ a ”. Como se dijo anteriormente se utilizará como Proxy del cambio técnico la importación de bienes de capital, pero al carecer de esta desagregación para los países de estudio se utilizará la tasa de crecimiento de las importaciones totales. En este cuarto método de verificación se hará una estimación entre la tasa de crecimiento real como la variable explicada y la tasa de inversión y la tasa de crecimiento de las importaciones como las variables explicativas del crecimiento. Esta estimación se hará tanto en los niveles como en logaritmos de las variables.

Estas cuatro formas de verificar el teorema de Harrod y el modelo modificado de Harrod se presentan a continuación.

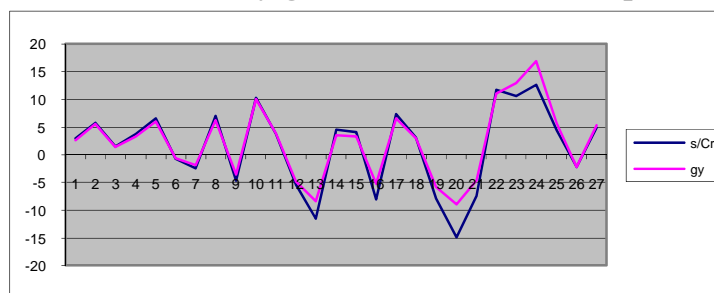
3.3.2. Verificación.

El primer método de verificación es observar gráficamente el comportamiento de la tasa real de crecimiento frente a la garantizada de Harrod. Se esperaría que los dos gráficos tendieran a coincidir. Esto permitirá concluir si la tasa de crecimiento garantizada es una ley del crecimiento económico, que se cumplirá en todo momento, independientemente del país, de la ubicación geográfica, etc. Se hizo una selección aleatoria de países, pero realmente podría elegirse cualquier país, la idea es que se verifique para todos.

3.3.2.1. Gráficos de las tasas de crecimiento.

El siguiente método de verificación es mirar a través de un sencillo gráfico si la tasa de crecimiento garantizada de Harrod está asociada al comportamiento de la tasa real de crecimiento para cada uno de los países. Si las dos series siguen el mismo comportamiento, entonces se podrá concluir que la ecuación fundamental de Harrod es una ley del crecimiento económico a pesar de que presente algún error.

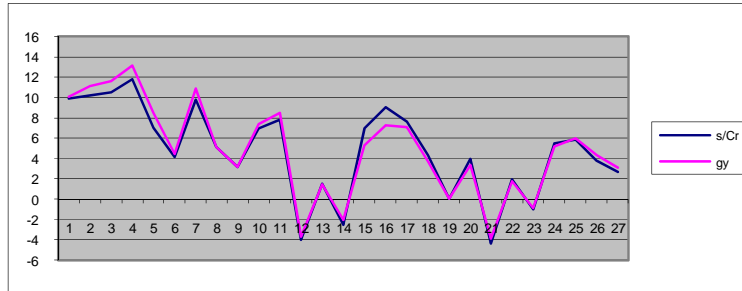
Gráfico 1.
Tasa de crecimiento real y garantizada de Harrod para Argentina.



Fuente: cálculos propios con base en Alan Heston, Robert Summers and Bettina Aten

Para Argentina, al observar el gráfico 1, la tasa de crecimiento real de la economía es seguida por la tasa de crecimiento garantizada de Harrod. Ambas tasas tienen el mismo comportamiento. Así por ejemplo, la tasa de crecimiento real y garantizada más alta se dio en 1993 alcanzando un 16,9%. La tasa de ahorro en ese año fue de 13,9% y la relación marginal capital producto fue de 1,1. En 1973, la tasa de crecimiento de la economía Argentina alcanzó apenas el 1,3%, mientras que la tasa de ahorro era 23% y la relación marginal capital producto de 15,4.

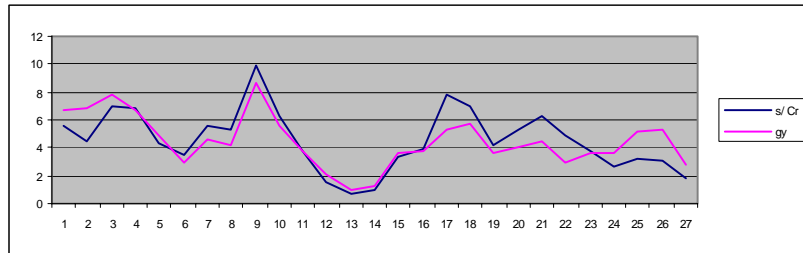
Gráfico 2.
Tasa de crecimiento real y garantizada de Harrod para Brasil.



Fuente: cálculos propios con base en Alan Heston, Robert Summers and Bettina Aten

En Brasil, la tasa de crecimiento real más alta (13,1%) se dio en 1973. En ese año, la tasa de ahorro era del 27% y la relación capital producto fue de 2,3. Así mismo, con una tasa de ahorro del 29,7% la economía brasileña alcanzó una tasa de crecimiento de apenas el 4,4% y con una relación marginal capital producto del orden de 7.2. más alta que en 1973. Por lo tanto, se puede concluir que periodos de alto crecimiento son consistentes con alta productividad marginal de capital y no así con altas tasas de ahorro.

Gráfico 3.
Tasa de crecimiento real y garantizada de Harrod para Colombia.

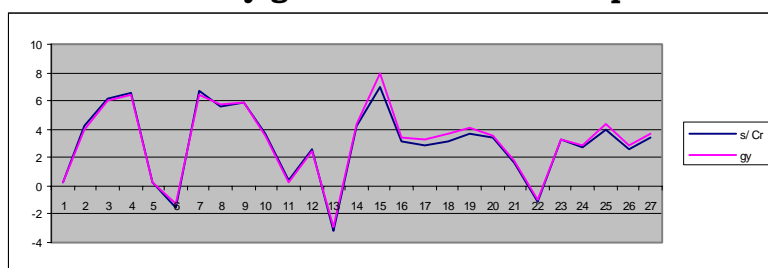


Fuente: cálculos propios con base en Alan Heston, Robert Summers and Bettina Aten

El caso Colombiano no es ajeno a este comportamiento, gráfico 3.. La tasa de crecimiento más alta de la economía Colombiana se dio en 1978, 8,6% con una tasa de ahorro del 13, 5% y una relación marginal capital producto de 1,3. Por el contrario, en 1991 la tasa de ahorro de la economía ascendió al 15% pero la

relación marginal capital producto se incrementó hasta alcanzar el 3,1 generando de esta manera una tasa de crecimiento real apenas del 2,8%. De igual manera, la tasa de crecimiento de la economía para el año 1982 fue de 0,9% con una tasa de ahorro del 8,9% pero con una relación marginal capital producto de 13,3. Se comprueba una vez más, que existe una relación directa entre la productividad marginal del capital y la tasa de crecimiento de la economía.

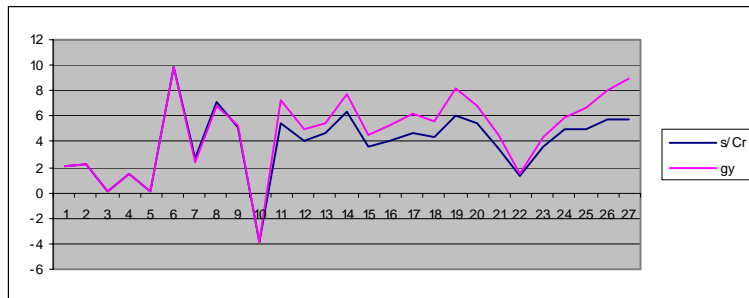
Gráfico 4.
Tasa de crecimiento real y garantizada de Harrod para Estados Unidos.



Fuente: cálculos propios con base en Alan Heston, Robert Summers and Bettina Aten

En Estados Unidos, se evidencia el mismo comportamiento de la relación capital producto frente a la tasa de crecimiento. En 1984 la tasa de crecimiento de los Estados Unidos fue una de las más altas durante el periodo de análisis, 7,98%. Si bien la tasa de ahorro fue del 20%, una de las más altas del periodo, la relación marginal capital producto fue de 2,9, la más baja en todo el periodo. Con una tasa de ahorro similar, es decir del 20,5% para 1974, la tasa de crecimiento apenas alcanzó el 0,26%. La explicación de esta caída está en la relación marginal capital producto que fue la más alta durante este periodo, 71,3

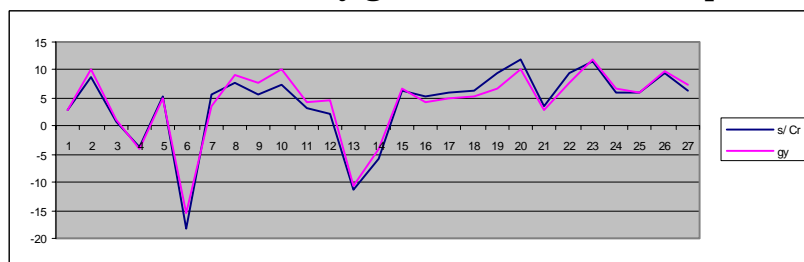
Gráfico 5.
Tasa de crecimiento real y garantizada de Harrod para India.



Fuente: cálculos propios con base en Alan Heston, Robert Summers and Bettina Aten

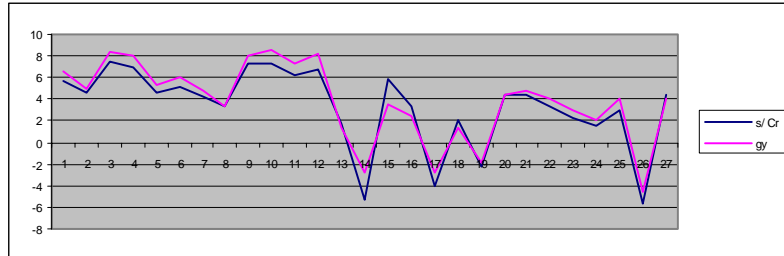
Al analizar el caso de la India (gráfico 5), se encuentran resultados de comportamiento similares que en los anteriores países. En 1975 la tasa de crecimiento de la India ha sido una de las más altas, 9,8%. En ese mismo año, la tasa de ahorro era de 12,4% y la relación capital producto era de 1,2. Así mismo, la tasa de crecimiento mas baja en este periodo de análisis fue de 0,1 para 1974 con una tasa de ahorro similar a la de 1975, 12%, pero la relación marginal capital producto fue de 89,6. Si se analizan otros años se encontrará siempre este tipo de resultados, es decir, altas tasas de crecimiento de la economía con una relación capital producto muy baja o a la inversa.

Gráfico 6.
Tasa de crecimiento real y garantizada de Harrod para Chile.



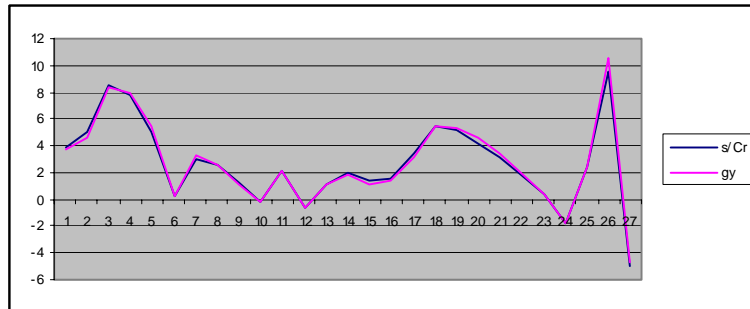
Fuente: cálculos propios con base en Alan Heston, Robert Summers and Bettina Aten

Gráfico 7.
Tasa de crecimiento real y garantizada de Harrod para México.



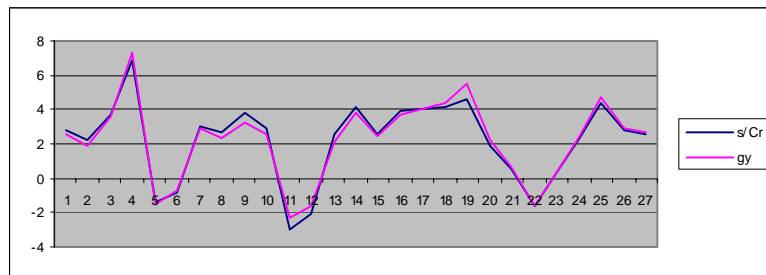
Fuente: cálculos propios con base en Alan Heston, Robert Summers and Bettina Aten

Gráfico 8.
Tasa de crecimiento real y garantizada de Harrod para España.



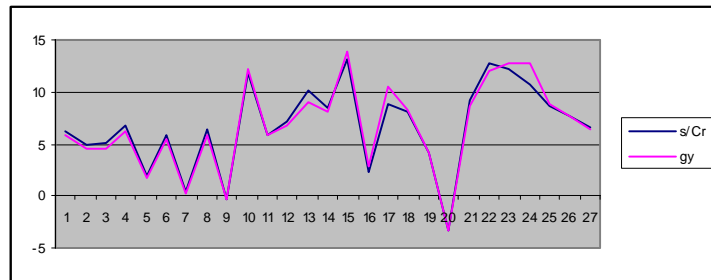
Fuente: cálculos propios con base en Alan Heston, Robert Summers and Bettina Aten

Gráfico 9.
Tasa de crecimiento real y garantizada de Harrod para Reino Unido.



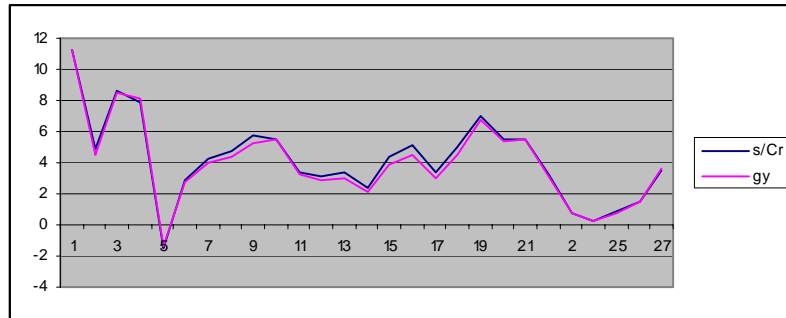
Fuente: cálculos propios con base en Alan Heston, Robert Summers and Bettina Aten

Gráfico 10.
Tasa de crecimiento real y garantizada de Harrod para China.



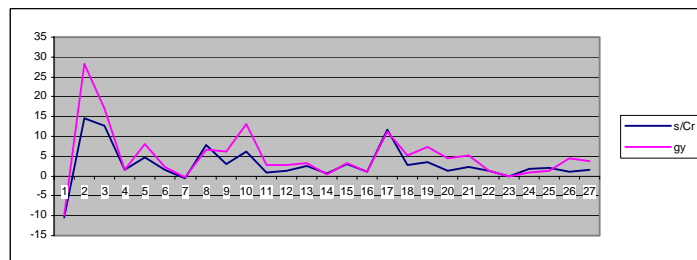
Fuente: cálculos propios con base en Alan Heston, Robert Summers and Bettina Aten

Gráfico 11.
Tasa de crecimiento real y garantizada de Harrod para Japón.



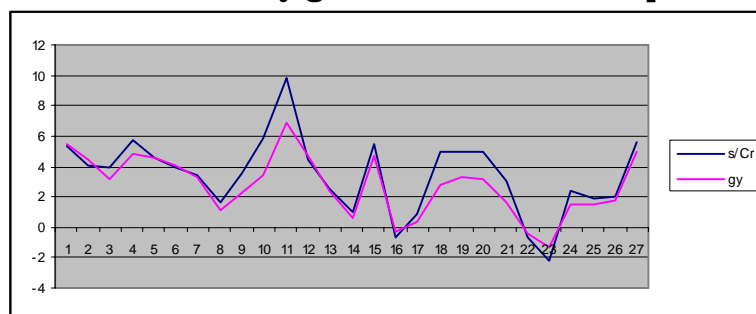
Fuente: cálculos propios con base en Alan Heston, Robert Summers and Bettina Aten

Gráfico 12.
Tasa de crecimiento real y garantizada de Harrod para Kenia.



Fuente: cálculos propios con base en Alan Heston, Robert Summers and Bettina Aten

Gráfico 13.
Tasa de crecimiento real y garantizada de Harrod para Sur África.



Fuente: cálculos propios con base en Alan Heston, Robert Summers and Bettina Aten

Los gráficos del 1 al 13 demuestran la generalidad de la tasa de crecimiento garantizada de Harrod al ser comparada con la tasa de crecimiento real de algunos países de Sur América, de la OCDE, de Asia y de África.

En todos los países de análisis, se comprueba que la tasa de ahorro no juega un papel significativo en la explicación de la tasa de crecimiento real. Es decir, se evidencia en todos los casos que pueden coexistir altas tasas de ahorro con bajas tasas de crecimiento o igualmente bajas tasas de ahorro con altas tasas de crecimiento. La explicación fundamental proviene de la relación marginal capital producto porque siempre se demuestra, que altas tasas de crecimiento son consistentes con relaciones marginales capital producto muy bajas y a la inversa.

El comportamiento de la relación inversa entre tasa de crecimiento de la economía y la relación marginal capital producto, o alternativamente, la relación directa entre la productividad marginal del capital y la tasa de crecimiento, se comprueba para todos los países de análisis, mientras que la tasa de ahorro no muestra una relación lineal con la tasa de crecimiento. Una verificación alternativa a través de el método de data panel podría confirmar aún mas la relación negativa entre la relación marginal capital producto y la tasa de crecimiento de la economía. El siguiente cuadro (1) muestra estos resultados.

CUADRO No. 1
Relación entre la tasa de crecimiento (Lgy) y la relación marginal capital
producto(LCr).
Datos anuales 1970-1996.
Variables en logaritmos.

	EC. No.	VAR DEP	INDEP C	LCr	R²
88 Países	No. 1	Lgy	2,7618	0,9685	0,91
	Est T.		206,5	-118,8	
OCDE	No. 3	Lgy	3,1884	1,0246	0,96
27 países	Est T.		160,5	-105,2	
Sur A.	No.5	Lgy	2,7106	0,9907	0,94
11 países	Est T.		86,3	-48,9	
Asia	No.7	Lgy	2,9296	0,9759	0,93
10 países	Est T.		105,3	-48,9	
Africa	No.9	Lgy	2,3125	0,9235	0,86
24 Países	Est T.		87,6	-45,6	

NOTA:

Est T= Estadístico T

Todas las variables son Significativa al 99%.

El cuadro 1 muestra que en todos los casos se cumple la relación inversa entre la tasa de crecimiento de las economías y la relación marginal capital producto. Los resultados son robustos a nivel regional y tomando el total de los 88 países. Estos resultados sugieren que existe una alta significancia de la relación marginal capital producto para explicar el crecimiento de los países, esta variación en la tasa de crecimiento está explicada en mas de un 90% excepto para Africa que es levemente menor, 86%..

Los cuadros (1 al 13) presentados anteriormente, no se modifican significativamente al involucrarse la variable Proxy del cambio técnico porque su

valor es menor que 1. Más bien, dado que ya se ha mostrado la inexistencia de una relación lineal entre la tasa de ahorro y el crecimiento, se presenta a continuación una estimación a través del método de panel de datos para determinar si el crecimiento de las importaciones incide en la determinación del crecimiento económico. Estos resultados se muestran en el cuadro 2.

CUADRO No. 2
Relación entre el crecimiento (Lgy) y el crecimiento de las importaciones (La).
Datos anuales 1970-1996.
Variables en logaritmos

	EC. No.	VAR DEP	INDEP C	La	R ²
88 Países	No. 1	LGY	1,7104	0,3911	0,50
	Est T.		88,16	24,75	
OCDE	No. 2	LGY	1,5743	0,4094	0,52
27 países	Est T.		51,31	13,91	
Sur A.	No.3	LGY	1,6844	0,2197	0,32
11 países	Est T.		22,21	3,43	
Asia	No.4	LGY	2,0355	0,376	0,55
10 países	Est T.		45,45	8,97	
Africa	No.5	LGY	1,7021	0,4054	0,55
24 Países	Est T.		39,45	12,41	

NOTA:

Est T= estadístico

T

Todas las variables son Significativa al 99%.

Los resultados del cuadro 2 muestran que las variaciones en la tasa de crecimiento del producto están explicadas en más del 50% para todo el mundo y a nivel regional excepto para Sur América. En esta región, las variaciones en la tasa de crecimiento del producto son explicadas en el 32%, que es un 20% menos que en el resto de regiones. Esta diferencia puede ser explicada porque los países de Sur América son exportadores de materias primas y productos del sector primario. Así mismo, no son importadores fuertes de tecnología, mas bien, las importaciones reflejan bienes suntuarios o de lujo como por ejemplo la importación de carros.

A continuación se hace una estimación donde se involucra tanto la relación marginal capital producto como el crecimiento de las importaciones en la determinación del crecimiento económico. Estos resultados se presentan a continuación en el cuadro 3.

CUADRO No. 3
Relación entre la tasa de crecimiento (Lgy), la relación marginal capital producto(LCr), y el crecimiento de las importaciones(La).
Datos anuales 1970-1996.
Variables en logaritmos

	EC. No.	VAR DEP	INDEP C	LCr	La	R ²
88 Países	No. 1	Lgy	2,77758*	0,9106*	0,0534*	0,91
	Est T.		165,6	-74,2	6,39	
OCDE	No. 3	Lgy	3,1636*	1,0037*	0,0414**	0,96
27 países	Est T.		127,01	-68,9	1,31	
Sur A.	No.5	Lgy	2,7527*	1,0036*	0,0124**	0,91
11 países	Est T.		63,6	-31,9	0,53	
Asia	No.7	Lgy	3,0027*	0,9596*	0,0291**	0,94
10 países	Est T.		89,01	-32,6	1,58	
Africa	No.9	Lgy	2,3174*	0,8207*	0,0938*	0,86
24 Países	Est T.		66,2	-24,2	4,21	

NOTA:

Est T= estadístico T

***Todas las variables son Significativa al 99%.**

**** no son significativas**

Los resultados del cuadro 3 muestran que la variable Proxy al cambio técnico es significativa para explicar el crecimiento en todos los países seleccionados, pero esta variable no es significativa para explicar el crecimiento a nivel regional, más exactamente, la estimación muestra problemas de colinealidad excepto en África. Para los países africanos, tanto la relación marginal capital producto como el crecimiento de las importaciones determinan el crecimiento económico.

Bajo estos resultados la relación marginal capital producto explica la variación en el crecimiento en mas del 90% tanto a nivel de toda la muestra (88 países) como a nivel regional como puede observarse en el cuadro 1, mientras que según los resultados del cuadro 2, la variación el crecimiento de los países a nivel mundial y por regiones esta explicado en mas del 50% por el crecimiento de las importaciones, excepto para Sur América.

De acuerdo con la verificación anterior, se demuestra que la tasa de ahorro no juega ningún papel en la determinación del crecimiento, mientras que la relación marginal capital producto es una variable significativa para explicar el crecimiento. Así mismo, el crecimiento de las importaciones afecta el crecimiento a nivel de toda la muestra pero regionalmente no es significativa excepto en África. Por lo tanto, no es aún claro, si esta variable puede realmente ser significativa, eso se comprobará cuando se estime la tasa de crecimiento frente a la tasa garantizada y se le sume esa variable. Aquí lo más importante es establecer la o las variables que explican los cambios tan bruscos en la relación marginal capital producto.

3.3.2.1.1. Hipótesis sobre los determinantes de la Relación Marginal capital producto.

Una hipótesis para explicar las variaciones tan fuertes de la relación marginal capital producto se refiere a la caída o elevación de las importaciones en términos relativos. La idea central, es que si los países sustentan su producción con una gran cantidad de materias primas importadas y con importaciones de bienes de capital, entonces, cuando la demanda interna cae, se reducen las importaciones tanto de materias primas como de bienes de capital y esto origina un incremento en la relación marginal producto. En otras palabras, cuando cae la importación de materias primas, la producción nacional se detiene y bajo estas circunstancias el capital se vuelve totalmente improductivo. El stock de capital puede estar ahí, representado en maquinas, pero si no se hace funcionar por la escasez de materias primas o importación de otras maquinarias, entonces, su productividad cae inevitablemente lo que se traduce en una relación marginal capital producto

alta. Bajo estas consideraciones se puede evidenciar que altas relaciones marginales capital producto son compatibles con caídas fuertes de las importaciones.

Volviendo a los gráficos del (1 al 13) se puede evidenciar para Argentina, que una relación marginal capital producto baja es compatible con alta tasa de crecimiento y a su vez con una tasa de crecimiento de las importaciones alta ($G_y = 12,1\%$, $Cr = 1,4$, $gm = 80\%$ para el año 1992). De igual forma, una baja tasa de crecimiento es asociada con una relación marginal capital producto alta y con una baja tasa de importaciones ($G_y = 1,38\%$, $Cr = 15,4$, $gm = -4,9$ para 1972).

Para Estados Unidos se verifica este mismo comportamiento, así por ejemplo, en 1984 la tasa de crecimiento fue de 7,98 mientras que la relación marginal capital producto fue de 2,9 y la tasa de crecimiento de las importaciones fue la más alta en todo el periodo, 24,3%. Al contrario, en 1980 la tasa de crecimiento de la economía fue una de las más bajas en todo el periodo, 0,31% y con una relación marginal capital producto de 63,6 y la tasa de crecimiento de las importaciones fue una de las más bajas, -6,6%.

Al revisarse estos datos para el resto de países se encuentra el mismo comportamiento, es decir, coexisten altas tasas de crecimiento de la economía con relaciones marginales capital producto bajas y con altas tasas de crecimiento de las importaciones. En síntesis, parece ser que la relación marginal capital producto guarda una relación inversa con la tasa de crecimiento de las importaciones. O dicho de otro modo, la productividad marginal del capital depende de la utilización de las maquinarias que pueden disponer de materias primas importadas, de lo contrario, simplemente las maquinas pararan, aún cuando esas maquinas sigan existiendo.

En los países que son exportadores de materias primas como los países de América Latina, es posible, que esta relación no sea tan evidente. Sin embargo, la productividad del capital en estos países debiera responder a la importación de nueva tecnología. De no evidenciarse esta relación, significa que estos países

importan bienes suntuarios y poca maquinaria o bienes de capital que impiden un aumento progresivo en la productividad del capital.

El cuadro 3 que se muestra a continuación relaciona la relación marginal capital producto con el crecimiento de las importaciones, es decir, se esperaría que un incremento en las importaciones redujera la relación marginal capital producto.

CUADRO No. 4
Relación marginal capital producto (lcr), y el crecimiento de las importaciones (la).
Datos anuales 1970-1996.
Variables en logaritmos.

	EC. No.	VAR DEP	INDEP C	La	R ²
88 Países	No. 1	LCr	1,1675	0,3741	0,56
	Est T.		60,6	-23,8	
OCDE	No. 2	LCr	1,5853	0,3939	0,59
27 países	Est T.		54,4	-14,1	
Sur A.	No.3	LCr	1,0644	0,2065	0,33
11 países	Est T.		14,9	-3,44	
Asia	No.4	LCr	1,0079	0,3615	0,56
10 países	Est T.		23,1	-8,86	
Africa	No.5	LCr	0,7496	0,3797	0,54
24 Países	Est T.		17,1	-11,4	

NOTA:

Est T= estadístico

T

Todas las variables son Significativa al 99%.

Los resultados encontrados son los esperados, es decir, existe una relación inversa entre la relación marginal capital producto y el crecimiento de las importaciones. Excepto en Sur América, las variaciones en la relación marginal capital producto son explicadas en el 56% por la tasa de crecimiento de las

importaciones. Como se esperaba, la relación marginal capital producto es mucho más inelástica para los países de Sur América que para el resto de regiones por ser estos países importadores de bienes suntuarios y de poca tecnología y además de ser exportadores netos de materias primas y de pocos productos manufacturados.

La segunda hipótesis que puede explicar el comportamiento volátil de la relación marginal capital producto está sustentada en la rentabilidad de los empresarios que también es volátil. Es de anotar, que si bien la relación capital producto tiende a ser constante como lo dicen los hechos estilizados de Kaldor, no sucede lo mismo con la relación marginal capital producto. Harrod suponía que esta relación era relativamente constante si existía una tasa de interés constante y determinada por la autoridad monetaria.

La tasa de interés puede ser igual a la tasa de beneficio en ausencia de riesgo y bajo condiciones competitivas. De igual forma, la teoría de la productividad marginal dice que la tasa de beneficio es igual a la productividad marginal del capital, es decir:

$$r = \frac{dY}{dK} \cong \frac{\Delta Y}{\Delta K} \quad (16)$$

De donde r es la tasa de interés y $\frac{dY}{dK} \cong \frac{\Delta Y}{\Delta K}$ representa los incrementos en la producción derivados de incrementos en el capital. De estas relaciones se puede enfatizar que el inverso de la productividad marginal del capital es la relación marginal capital producto y que por lo tanto esta relación marginal capital producto está relacionada inversamente con la tasa de interés. Bajo estas consideraciones la relación marginal capital producto (C) del teorema fundamental es constante si la tasa de interés es constante (Harrod, 1960).

La evidencia empírica para todos los países del mundo muestra que la relación marginal capital producto es muy volátil. Si esta relación refleja el cambio en la

rentabilidad de las inversiones, entonces su gran volatilidad es derivada del hecho de que los empresarios modifican sus decisiones de inversión. Así, si los empresarios invierten y su rentabilidad es alta, entonces esta mayor rentabilidad se reflejara en una disminución de la relación marginal capital producto porque los cambios en el capital serán menores que los cambios en el producto. Adicionalmente, si la rentabilidad de las inversiones es baja entonces la relación marginal capital producto aumentará porque los cambios en el capital son mayores que los cambios en el producto.

Las anteriores consideraciones parten del supuesto de que los empresarios invierten si la tasa de ganancia es mayor que la tasa de interés como lo plantean Kaldor y Pasinetti. En consecuencia, las variaciones en la tasa de ganancia o rentabilidad del capital dependerán del mismo comportamiento de la economía. De esta manera, los empresarios observarán el comportamiento de la economía en el periodo inmediatamente anterior y lo que esta sucediendo en el momento.

Dicho de otra forma, los empresarios mirarán el comportamiento de su tasa de ganancia en el periodo anterior u observarán la relación marginal capital producto del periodo anterior. Si esa relación fue alta tenderán a disminuir su inversión en este periodo y en consecuencia la tasa de crecimiento de la economía disminuirá. Pero no solamente mirarán el pasado reciente sino que también estarán observando el comportamiento de la economía en el periodo corriente. Si las variaciones en la tasa de crecimiento de la economía en el periodo corriente está creciendo entonces los empresarios percibirán que su rentabilidad está creciendo y que por lo tanto la relación marginal capital producto tenderá a disminuir.

En la práctica, la publicación trimestral sobre el desempeño de la economía marca una pauta fundamental en la toma de decisiones de inversión de los empresarios que se verá reflejada al final del periodo. Por esta razón es que los empresarios tenderán a observar el cambio en la tasa de crecimiento y decidirán invertir o no, y por ende, la relación marginal capital producto aumentará si

dejan de invertir o disminuirá si invierten más. Desde luego eso se verá reflejado en mayor o menor rentabilidad de sus inversiones.

Blanchard (2006) presenta gráficamente la relación entre la tasa de ganancia y la variación del coeficiente entre la producción y el capital. En este gráfico se observa una estrecha relación entre las variaciones de los beneficios por unidad de capital y las variaciones del cociente entre la producción y el capital. El autor concluye que los beneficios por unidad de capital, o lo que es lo mismo, la tasa de ganancia depende del nivel de ventas y del stock de capital existente. En consecuencia, si las ventas (producción) son bajas en relación con el stock de capital, también lo serán los beneficios por unidad de capital, es decir, la tasa de ganancia será baja.

Blanchard argumenta que es importante la relación entre la producción y los beneficios porque ello implica, por un lado, una relación entre la producción actual y la producción futura esperada, y la inversión por el otro. Por lo tanto, "la producción actual afecta a los beneficios actuales, la futura producción esperada afecta a los futuros beneficios esperados y los beneficios actuales y futuros esperados afectan a la inversión" (Blanchard, 2006, pag 387). Dicho de otra forma, la tasa de ganancia actual y futura esperada es afectada por los cambios en la producción actual y esperada y por los cambios en el capital que son iguales a la inversión. En consecuencia, si cambia la relación marginal capital producto, entonces estará cambiando la tasa de ganancia y con ello la tasa de crecimiento de la economía y así mismo, si la tasa de ganancia cambia se afecta la relación marginal capital producto y con ello la tasa de crecimiento de la economía.

En síntesis, la relación marginal capital producto guarda una estrecha relación con la tasa de ganancia. Si la tasa de ganancia es alta, la relación marginal capital producto será baja y la economía estará experimentando una alta tasa de crecimiento. Por el contrario si la tasa de ganancia es baja, la relación marginal capital producto será alta y la tasa de crecimiento de la economía estará experimentando un descenso, o lo que es lo mismo, las ventas por unidad de capital estarán disminuyendo. En términos mas sencillos, los empresarios

mirarán que pasó con su tasa de ganancia del periodo anterior, y lo que haya pasado, determinará la relación marginal capital producto de este periodo. Adicionalmente, los empresarios estarán observando el presente, es decir, estarán mirando el cambio en la tasa de crecimiento de la economía y con base en esta dinámica tomarán decisiones sobre su inversión. Si la economía está creciendo invertirán más, pero si crece la economía es por que la relación ventas por unidad de capital es mas alta, lo que se traduce en una relación marginal capital producto mas baja.

Bajo las consideraciones anteriores se puede concluir que la relación marginal capital producto guarda una estrecha relación con su pasado y con los cambios en el nivel de actividad económica en el periodo corriente. Formalmente podemos escribir esta relación de la siguiente manera:

$$Cr = f(Cr_{t-1}, \Delta Gy)$$

De donde Cr es la relación marginal capital producto, Cr_{t-1} es la relación marginal capital producto del periodo anterior la cual guarda una relación directa con la relación marginal capital producto del periodo corriente, y ΔGy es el cambio en la tasa de crecimiento de la economía la cual tendería a guardar una relación inversa con la relación marginal capital producto. Si los cambios en la tasa de crecimiento son positivos entonces implica que la relación ventas por unidad de capital están aumentando, o lo que es lo mismo la tasa de beneficio estará creciendo o la relación marginal capital producto estará descendiendo.

En el cuadro 4A. Se presentan los resultados de estimar la relación marginal capital producto en función de su pasado más reciente y de los cambios en el nivel de actividad económica representados en los cambios en la tasa de crecimiento de la economía.

Cuadro 4A
Los determinantes de la relación marginal capital producto
Datos anuales 1970-1996
Variables en Logaritmos.

	EC. No.	VAR DEP	INDEP C	LCrt-1	dLGy	R ²	DW
88 Países	No. 1	LCr	0,055	0,9631	-0,9571	0,98	2,03
	Est T.		5,67	150,3	-207,3		
OCDE	No. 3	LCr	0,068	0,9707	-0,9391	0,99	2,07
27 países	Est T.		4,84	134,7	-172,2		
Sur A.	No.5	LCr	0,0979	0,9386	-0,9488	0,98	1,83
11 países	Est T.		4,19	55,2	-78,51		
Asia	No.7	LCr	0,0866	0,9445	-0,9512	0,97	2,29
10 países	Est T.		3,69	53,3	-71,1		
África	No.9	LCr	-0,0146	0,991	-1,0001	0,96	1,96
24 Países	Est T.						

NOTA:

Est T= estadístico T

Todas las variables son Significativa al 99%.

Los resultados del cuadro 4A son concluyentes. Tanto en toda la muestra de los 88 países como regionalmente se observa que la relación marginal capital producto expresada en logaritmos está determinada en mas del 97% por la relación marginal capital producto del periodo anterior y por los cambios en la tasa de crecimiento de la economía. Ambas variables son significativas al 99,9% para explicar la relación marginal capital producto. En esencia, se observa que los cambios en la demanda expresados en los cambios en la tasa de crecimiento de la economía afectan inversamente la relación marginal capital producto. Es de esperarse en estos casos, que la relación ventas (producto) por unidad de capital este aumentando y que por consiguiente la rentabilidad de los empresarios también. Si aumenta la relación de ventas por unidad de capital entonces la

relación marginal capital producto decrecerá y por consiguiente se obtendrán mayores tasas de crecimiento en ese periodo.

3.3.2.2 Tasas de crecimiento promedias y la prueba T de diferencia de medias.

El segundo método de verificación es a través de los promedios de la tasa de crecimiento para cada región y para cada país. En este caso se realiza la prueba de diferencia de medias a través de la prueba T. La hipótesis planteada es que no existe diferencias significativas entre el promedio de la tasa de crecimiento real y la tasa de crecimiento garantizada de Harrod. Se presenta el valor de la prueba T para cada país y se compara con el valor de la tabla asumiendo una probabilidad del 5% con 52 grados de libertad, este valor arrojado es 2,000. Por lo tanto, si el valor calculado con la prueba T es menor que 2,000 entonces se acepta la hipótesis de que no existen diferencias significativas entre los promedios de la tasa de crecimiento real y la tasa de crecimiento garantizada. Esta hipótesis se verifica para el 97% de los países de la muestra como se verá mas adelante.

En el siguiente cuadro (1) se presentan las tasas de crecimiento real y garantizada de Harrod sin y con progreso técnico, para sur América, Centro América, los países de la OCDE, África y Asia.

Cuadro 5.

Tasas promedio de crecimiento 1970-1996					
Región	Gy	s/C	s/C+a	Gy-Gw	Prueba T
OCDE	3,7	3,6	3,7	0,0	0,0
C. AMER.	3,1	3,7	3,7	-0,7	-0,7
SUR AMER	3,4	2,9	3,0	0,4	0,3
ASIA	6,1	5,7	5,8	0,3	0,2
AFRICA	3,3	2,9	2,9	0,4	0,3

Fuente: cálculos propios con base en Alan Heston, Robert Summers and Bettina Aten.

El cuadro 5 muestra que la tasa de crecimiento real de los países de la OCDE tiende a coincidir con la tasa de crecimiento garantizada de Harrod (3,7 y 3,6 respectivamente), pero se excede en 0,3 cuando se le suma la tasa de crecimiento de las importaciones que es la variable que se ha tomado como Proxy al cambio técnico. De igual manera se observa en los países de Centro América y aún para Sur América, África y Asia. Estos resultados, en los que se involucra el crecimiento de las importaciones, están sobrevalorados por que se incluye el total de importaciones. Una mejor estimación de esta variable sería tomar solamente el crecimiento de las importaciones de bienes de capital. Adicionalmente, la prueba de diferencia de medias se verifica para todas las regiones demostrando que no existe diferencia significativa entre la tasa de crecimiento real y la tasa de crecimiento garantizada.

A continuación, en el cuadro 6 se presentan los resultados para cada uno de los países de las regiones clasificadas.

Cuadro 6.

Tasas de crecimiento promedio 1970-1996 para los países de Sur América

Pais	Gy	s/C	s/C+a	Gy-Gw	prueba
					T
ARG	2,3	1,5	1,6	0,7	0,4
BOL	2,5	1,0	1,1	1,4	1,4
BRA	4,9	4,7	4,8	0,1	0,1
CHL	4,2	4,0	4,1	0,2	0,1
COL	4,5	4,5	4,6	-0,1	-0,1
ECU	5,0	4,8	4,8	0,1	0,1
GUY	1,8	0,8	0,8	0,9	0,7
PER	2,6	1,9	1,9	0,7	0,6
PRY	5,5	4,6	4,7	0,7	0,8
URY	2,4	2,3	2,3	0,0	0,0
VEN	1,6	1,8	1,8	-0,2	-0,2

Fuente: cálculos propios con base en Alan Heston, Robert Summers and Bettina Aten

Los resultados del cuadro 6, muestran que la tasa de real de crecimiento tiende a coincidir con la tasa de crecimiento garantizada para Brasil, Chile, Colombia, Ecuador, Uruguay y Venezuela. Los resultados mejoran para algunos países con la variable Proxy del cambio técnico. De igual manera se verifica la prueba de diferencia de medias para todos los países, es decir que no existe diferencia significativa entre la tasa de crecimiento real y la tasa de crecimiento garantizada.

Cuadro 7.

Tasas de crecimiento promedio 1970-1996 para los países de la OCDE.

País	Gy	s/C	s/C+a	Gy-Gw	prueba T
AUS	3,2	3,1	3,2	0,0	0,0
AUT	3,0	3,1	3,2	-0,1	-0,1
CAN	3,2	3,4	3,5	-0,3	-0,3
CHE	1,4	1,4	1,5	0,0	0,0
DNK	1,9	2,0	2,1	-0,2	-0,2
ESP	2,8	2,7	2,8	0,0	0,0
FIN	2,7	2,9	2,9	-0,2	-0,2
FJI	3,8	3,4	3,4	0,3	0,1
FRA	2,6	2,6	2,7	-0,1	-0,1
GBR	2,2	2,2	2,3	0,0	0,0
GRC	2,6	2,1	2,2	0,5	0,3
IDN	7,2	9,4	9,5	-2,3	-1,6
IND	4,8	3,9	4,0	0,8	0,2
IRL	4,4	4,2	4,3	0,2	0,1
ISL	3,9	3,7	3,8	0,1	0,1
ITA	2,7	2,9	2,9	-0,2	-0,1
JPN	4,0	4,2	4,2	-0,2	-0,1
KOR	8,0	7,3	7,4	0,6	0,3
LUX	4,1	4,7	4,7	-0,6	-0,4
MEX	3,8	3,3	3,4	0,4	0,2
NLD	2,7	3,0	3,0	-0,3	-0,3
NOR	3,6	3,7	3,7	-0,2	-0,1

PRT	3,7	2,8	2,8	0,9	0,3
SWE	1,9	2,1	2,1	-0,2	-0,1
THA	7,6	6,5	6,6	1,0	0,7
TUR	4,5	3,6	3,7	0,9	0,5
USA	3,2	3,0	3,1	0,1	0,0

Fuente: cálculos propios con base en Alan Heston, Robert Summers and Bettina Aten

Los datos del cuadro 7 hablan por si solos, Se muestra que la tasa de crecimiento real es igual a la tasa de crecimiento garantizada de Harrod y que para algunos países, los resultados mejoran al involucrarse la Proxy del cambio técnico como es el caso de Korea, Irlanda, Portugal y México, entre otros. De igual manera se muestra que no existe diferencia significativa entre los promedios como se verifica con la prueba T.

Los datos de los países de Centro América se presentan en el cuadro 8.

Cuadro 8.
Tasas de crecimiento promedio 1970-1996 para los países de Centro América.

País	Gy	s/C	s/C+a	Gy-Gw	prueba T
CRI	3,6	2,2	2,3	1,4	1,1
GTM	3,7	2,3	2,3	1,4	0,5
HND	3,8	2,8	2,8	0,9	0,7
NIC	0,1	6,9	7,0	-6,9	-5,7
PAN	4,1	4,2	4,2	-0,1	-0,1

Fuente: cálculos propios con base en Alan Heston, Robert Summers and Bettina Aten

En el cuadro 8 se observa que solamente en Panamá, la tasa de crecimiento real coincide con la tasa de crecimiento garantizada. Los datos mejoran levemente con la incorporación del las importaciones. No obstante estos resultados, se esperaría

que el gráfico de cada país muestre el mismo comportamiento de la tasa real y garantizada de Harrod. De todas maneras, la prueba de diferencia de medias muestra que no existe diferencia significativa entre la tasa real de crecimiento y la tasa garantizada de crecimiento.

Siguiendo con la verificación empírica de la tasa de crecimiento garantizada, a continuación se relacionan las tasas de crecimiento de los países de Asia en el cuadro 9.

Cuadro 9.

Tasas de crecimiento promedio 1970-1996 para los países de Asia.

País	Gy	s/C	s/C+a	Gy-Gw	prueba T
CHN	6,7	6,7	6,9	-0,1	-0,1
HKG	7,5	8,9	9,0	-1,5	-0,6
IRN	4,0	5,2	5,3	-1,2	-1,2
LKA	4,3	1,3	1,3	2,9	2,1
MYS	7,2	8,3	8,4	-1,2	-0,7
NPL	4,3	2,1	2,2	2,1	1,1
PAK	5,8	1,6	1,6	4,2	3,1
PHL	3,6	3,1	3,3	0,5	0,3
SGP	8,7	8,5	8,6	0,1	0,1
TWN	8,6	11,0	11,1	-2,5	-2,3

Fuente: cálculos propios con base en Alan Heston, Robert Summers and Bettina Aten

El cuadro 9 muestra que en China, la tasa de crecimiento real es igual a la tasa de crecimiento garantizada de Harrod (6,7) al igual que para Singapur (8,7). Los resultados para Philipinas mejoran al involucrarse la Proxy del cambio técnico al igual que para Irán. La prueba de diferencia de medias no se cumple para Sri Lanka y para Pakistán, se demuestra que si existe una diferencia significativa entre la tasa de crecimiento real y la tasa de crecimiento garantizada.

Finalmente en el cuadro 10 se presentan las tasas de crecimiento para los países de África.

Cuadro 10.

Tasas de crecimiento promedio 1970-1996 para los países de África.

País	Gy	s/C	s/C+a	Gy-Gw	prueba T
CIV	3,2	4,7	4,8	-1,6	-0,8
CMR	3,7	2,5	2,6	1,1	0,5
COG	6,1	6,5	6,6	-0,5	-0,2
DZA	4,5	3,5	3,6	0,9	0,5
ETH	2,5	0,5	0,6	1,9	1,1
GAB	4,9	7,2	7,2	-2,4	-1,2
GHA	3,5	0,2	0,2	3,3	2,7
GIN	2,8	3,1	3,2	-0,4	-0,4
KEN	4,9	3,0	3,0	1,9	1,9
MUS	5,6	4,4	4,4	1,2	0,5
NAM	2,9	0,2	0,2	2,7	0,9
NER	1,0	0,3	0,3	0,7	0,8
NGA	3,2	6,1	6,2	-3,0	-2,6
TGO	1,6	1,9	1,9	-0,3	-0,2
TUN	5,7	4,3	4,3	1,3	0,5
TZA	3,1	2,5	2,5	0,5	0,3
ZAF	2,8	3,4	3,5	-0,7	-0,3
ZAR	-1,2	-2,1	-2,1	0,9	1,2
ZMB	1,4	1,1	1,1	0,3	0,5
ZWE	5,1	4,5	4,6	0,5	0,5

Fuente: cálculos propios con base en Alan Heston, Robert Summers and Bettina Aten

Los anteriores resultados son concluyentes para los países Africanos, en muy pocos las tasas de crecimiento real y garantizada no tienden a ser iguales, así mismo, algunos resultados mejoran con la inclusión de la variable Proxy al cambio técnico.

3.3.2.3. Estimaciones data panel.

El tercer método de verificación se realiza a través de una estimación data panel. Los siguientes cuadros muestran las estimaciones entre la tasa real de crecimiento y el teorema fundamental de Harrod y del modelo modificado de Harrod. Se esperaría que el coeficiente del teorema fundamental tendiera a 1 y así mismo que el coeficiente de correlación también tendiera a 100. Si esto sucede, entonces el teorema de Harrod es igual a la tasa de crecimiento real de la economía o por lo menos debería tender a ser igual como se mostró en los gráficos anteriores.

CUADRO No11
Verificación del modelo de Harrod y del modelo modificado.
Datos anuales 1970-1996.

	EC. No.	VAR DEP	INDEP C	s/Cr	a	R ²
88 Países	No. 1	Gy	0,429	0,794		0,79
	Est T.		24,46	68,65		
	No. 2	Gy	0,702	0,666	0,155	0,81
	Est T.		27,52	45,25	13,65	
OCDE 27 países	No. 3	Gy	0,048	0,975		0,96
	Est T.		3,92	110,3		
	No. 4	Gy	0,104	0,942	0,019	0,96
	Est T.		4,92	75,5	2,01	
Sur A. 11 países	No.5	Gy	0,45	0,78		0,77
	Est T.		8,57	22,42		
	No.6	Gy	0,604	0,725	0,065	0,78
	Est T.		7,55	16,24	1,68	
Asia 10 países	No.7	Gy	0,649	0,768		0,78
	Est T.		11,89	22,2		
	No.8	Gy	0,951	0,634	0,188	0,83
	Est T.		12,84	15,7	6,56	
África 24 Países	No.9	Gy	0,586	0,682		0,72
	Est T.		12,41	22,75		

No.10	Gy	0,962	0,494	0,211	0,77
Est T.		13,07	11,94	6,781	

NOTA:

Est T= estadístico T

Todas las variables son Significativa al 99%.

Los resultados del cuadro No. 11 no son tan concluyentes. La tasa de crecimiento real tiende a ser igual a la tasa garantizada de Harrod y de igual forma con el modelo modificado de Harrod. En todos los casos, excepto en África, los coeficientes de la tasa garantizada tienden a ser significativamente mayores a 0,8, pero significativamente diferentes de 1. Adicionalmente, en todos los casos, la inclusión de las importaciones como la variable proxi del cambio técnico resultó ser altamente significativa y relacionada positivamente con el crecimiento.

Bajo los resultados anteriores, el modelo modificado de Harrod tiende a determinar la tasa de crecimiento de las economías y predice que mayores importaciones conducen a mayor crecimiento. No obstante, una crítica a estos resultados podría ser, que la tasa de crecimiento real es la que determina la garantizada y no a la inversa porque la lógica podría indicar que el ahorro es ex post y determinado por las decisiones de inversión, al igual que la tasa real. Por lo tanto, la tasa de crecimiento garantizada estaría determinada por la tasa de crecimiento real.

Una alternativa para superar esta objeción podría ser, que la tasa de crecimiento garantizada de Harrod dependiera no de la tasa de ahorro, sino más bien, dado que el ahorro es ex post y determinado por la inversión, dependiera de la tasa de inversión. Así, la tasa de crecimiento garantizada ampliada de Harrod podría plantearse como la propensión marginal a invertir dividida por la relación marginal capital producto mas el crecimiento de las importaciones, así:

$$G_w = \frac{i}{C_r} + a \quad (16)$$

En esta ecuación i es la propensión marginal a invertir y es más consistente con el análisis de Harrod cuando se pretende explicar la divergencia entre la tasa de crecimiento real y la tasa de crecimiento garantizada. Por ejemplo, se afirmaba que si la tasa de crecimiento real era superior a la garantizada, entonces los inversionistas aumentarían su inversión porque pensarían que se quedaron cortos. En el próximo periodo, los capitalistas observarían nuevamente la tasa de crecimiento real y la compararán con lo que ellos esperaban y de acuerdo con la inversión que realizaron. Si coinciden las dos tasas, ellos estarán satisfechos con la inversión realizada y por su puesto la relación marginal capital producto sería la requerida.

A continuación se realizarán las estimaciones correspondientes para verificar si la tasa de crecimiento garantizada ecuación (17) coincide con la tasa de crecimiento real. El cuadro 12 muestra estos resultados.

CUADRO No. 12
Verificación de la nueva tasa de crecimiento garantizada.
Datos anuales 1970-1996.

	ECUACION No.	VARIABLE DEPENDIENTE	C	i/Cr	A	R²
88 Países	No. 1	Gy	0,0647	0,9881		0,97
	Est T.		9,05	216,9		
	No. 2	Gy	0,0327	0,9852	0,005	0,97
	Est T.		4,92	239,3	19,9	
OCDE 27 países	No. 3	Gy	0,0116	1,0388		0,98
	Est T.		1,53	186,1		
	No. 4	Gy	-0,0328	1,0271	0,0357	0,99
	Est T.		-2,89	164,7	7,08	
Sur América 11 países	No.5	Gy	0,0412	1,0095		0,97
	Est T.		2,52	82,1		
	No.6	Gy	-0,018	0,9819	0,0679	0,98
	Est T.		-0,66	66,1	6,43	
Asia	No.7	Gy	0,0862	0,9954		0,97

10 países	Est T.		3,58	72,8		
	No.8	Gy	-0,0204	1,0201	0,0376	0,99
	Est T.		-0,63	82	3,86	
Africa 24 Países	No.9	Gy	0,1197	0,9279		0,95
	Est T.		6,71	84,9		
	No.10	Gy	0,0829	0,9328	0,0469	0,97
	Est T.		2,9	78,6	4,51	

NOTA:

Est T= estadístico T

Las variables son Significativa al 99%.

Los resultados del cuadro 12 son mucho más robustos que los del cuadro 11. En este caso, la propensión a invertir determina la tasa de crecimiento del periodo corriente. Los coeficientes de la ecuación de Harrod no son estadísticamente diferentes de 1. Por el contrario, todos los coeficientes de las estimaciones tienden a 1. Así mismo, el crecimiento de las importaciones es una variable significativa para explicar el crecimiento. En general, tanto a nivel de toda la muestra, como regionalmente, las variaciones en la tasa de crecimiento están explicadas en más del 97% por las variables en mención.

3.3.2.4. La relación entre inversión y crecimiento junto con el progreso técnico. El modelo modificado de Harrod.

Finalmente, el cuarto método de verificación es a través de una estimación data panel entre la tasa de crecimiento de la economía y la tasa de inversión y el cambio técnico.

Hussein y Thirlwall (2000) argumentan que el modelo AK de la nueva teoría del crecimiento endógeno no es más que la ecuación Harrod-Domar y realizan una comprobación empírica para 88 países estimando esa ecuación. La estimación supone que la tasa de crecimiento de la economía es una función de la tasa de inversión, es decir que $G_y = F(I/Y)$. Los autores encuentran positiva y muy significativa esta relación tanto para los 88 países como para Asia, África, los

países de la OCDE y Latinoamérica. Siguiendo a los autores, se presenta a continuación una estimación entre la tasa de crecimiento de la economía versus el modelo modificado de Harrod en el que se incluye el cambio técnico.

Esta estimación supone que la tasa de crecimiento de la economía es una función tanto de la tasa de inversión como de las importaciones como variable proxy al cambio técnico. Formalmente se tiene que $G_y = F(I/Y, a)$. Las estimaciones se realizaron data panel, tanto en sus niveles como en logaritmos.

Los resultados de esta estimación se encuentran relacionados en el cuadro No. 13 que se presenta a continuación.

CUADRO No. 13
Relación entre la tasa de crecimiento de la economía con la tasa de inversión y el crecimiento de las importaciones.
Datos anuales 1970-1996.

		Variables en niveles y logaritmos.						
EC. No.	VAR. DEP	INDEP C	i	a	Li	La	R ²	
88 Países	No. 1	Gy	1,675	0,121	0,079			0,18
	Est T.		4,060	5,330	2,210			
	No. 2	LGy	0,483			0,434	0,385	0,52
	Est T.		2,810			7,200	24,700	
OCDE 27 países	No. 3	Gy	-1,573	0,226	0,194			0,45
	Est T.		-2,410	8,040	3,210			
	No. 4	LGy	-0,872			0,787	0,402	0,55
	Est T.		-1,900			5,330	14,100	
Sur A. 11 países	No.5	Gy	0,411	0,198	-0,319			0,33
	Est T.		0,340	2,580	-1,900			
	No.6	LGy	-0,467			0,810	0,214	0,37
	Est T.		-0,677			3,134	3,451	
Asia 10 países	No.7	Gy	3,905	0,108	-0,010			0,16
	Est T.		6,366	3,963	-0,253			
	No.8	LGy	0,809			0,413	0,375	0,56
	Est T.		1,192			1,811	9,022	

Africa	No.9	Gy	1,912	0,091	0,533			
24 Países	Est T.		3,061	1,988	4,565			0,18
	No.10	LGy	0,851			0,356	0,401	0,57
	Est T.		3,346			3,392	12,54	

NOTA:

Est T= estadístico T

Todas las variables son significativa al 99%.

Los resultados del cuadro No.13 muestran que la estimación de la productividad del capital y la elasticidad del producto a las importaciones son altamente significativas tanto para los 88 países analizados como para Asia, África, Los países de la OCDE y Sudamérica. Estos resultados son mucho más robustos que los obtenidos por Hussein y Thirlwall, sobre todo si las estimaciones se hacen en logaritmos.

En la ecuación dos se muestra que el 52% de la varianza entre el crecimiento de los países está relacionada con la diferencia en las tasas de inversión y de las importaciones expresadas en logaritmos. Los coeficientes de la regresión son significativos al 99,9% e indica una productividad del capital del 43,4% y de una sensibilidad del crecimiento a las importaciones del 38,5%.

Del cuadro No. 13 también es claro que la significancia de la inversión y de la elasticidad del producto respecto a las importaciones explican las diferencias en crecimiento entre países y entre regiones y aún entre países de una región. Por ejemplo, la productividad del capital es mas del doble en los países de la OCDE que en África (78% de la OCDE frente al 35% de África) y casi el doble con Asia, mientras que Sudamérica tiene una productividad levemente mayor que los países de la OCDE y muy alta frente a Asia y África. Estos mismos resultados fueron encontrados por Thirlwall, pero en este trabajo se verifica también la alta significancia de las importaciones para el crecimiento.

El crecimiento de las importaciones (expresadas en logaritmos) tiene un nivel de significancia del 99,9%, e indica una sensibilidad del crecimiento del 40% tanto

en África como en los países de la OCDE, mientras que en Sudamérica es la mitad, 21%. Esto podría ser explicado como se dijo anteriormente a que los países de sur América no son importadores de tecnología y por el contrario sus importaciones son de bienes de lujo.

4. EL PROBLEMA DE INESTABILIDAD.

El problema de inestabilidad parte de la divergencia entre la tasa de crecimiento efectiva (G_y) y la tasa de crecimiento garantizada (G_w) y aun de la tasa de crecimiento natural, la cual involucra la tasa de crecimiento de la población y la tasa de crecimiento de la productividad denominándola G_n ⁴. Se observará que la denominada edad de oro se presenta cuando $G_w = G_y = G_n$. La divergencia entre estas tasas de crecimiento originan los problemas de pleno empleo e inestabilidad. Estos problemas pueden sintetizarse de la siguiente manera:

1. Si la tasa de crecimiento teórica es igual a la tasa de crecimiento efectiva, es decir, $G_w = G_y$, entonces, no existen problemas porque significa que la inversión está creciendo a la tasa que requiere la economía para que a través del tiempo las cantidades demandadas sean iguales a las cantidades ofrecidas.
2. Si la tasa de crecimiento teórica es mayor que la tasa de crecimiento efectiva, esto es, que $G_w > G_y$, significa que la oferta es mayor que la demanda; en consecuencia, la economía presentaría un exceso de oferta que generaría, o bien, deflación, o bien desempleo. En síntesis, en este caso se presentan dos problemas; uno, desempleo y dos, inestabilidad en el modelo.
3. Finalmente, si $G_w < G_y$, habrá exceso de demanda. En este caso los empresarios pensarán que se quedaron cortos en la inversión y por lo tanto la elevarán para el próximo periodo; pero para ese periodo la inversión seguirá creciendo a una tasa mayor haciendo que la demanda se distancie mas de la oferta, en consecuencia se presentará inflación o sobreempleo de recursos e inestabilidad.

⁴ De acuerdo con Harrod la población crece exponencialmente a la tasa "n" y está representada por $L_t = L_0 e^{nt}$. Así mismo, la tasa de crecimiento de la productividad está dada por β y crece de la siguiente forma: $Y_t = Y_0 e^{\beta t}$. En consecuencia, la tasa de crecimiento natural será igual a la suma de la tasa de decrecimiento de la población y de la productividad, es decir, $G_n = \beta + n$

En rigor, los casos que Harrod expone par mostrar los desequilibrios son siete y se presentan a continuación. Esto es lo que él llama problemas y conflictos.

Casos de desequilibrio y los efectos expansionistas que los modifican. Una deflación provocaría los efectos opuestos. El símbolo O indica la posición de pleno empleo.

	Caso	Conflicto O armonía	efecto sobre Pleno empleo	efecto sobre inflación	Efecto sobre el equilibrio de largo plazo
	(1)	Armonía	Bueno	Bueno	Bueno
	(2)	Conflicto	Bueno	Perjudicial	Bueno
	(3)	Armonía	Bueno	Bueno	Bueno
	(4)	Conflicto	Bueno	Perjudicial	Perjudicial
	(5)	Conflicto	Bueno	Bueno	Perjudicial
	(6)	Conflicto	Bueno	Perjudicial	Perjudicial
	(7)	Conflicto	Bueno	Bueno	Perjudicial

Estos son los siete casos posibles de desequilibrio que Harrod plantea. Están tomados de la pag 113 del libro de Economía Dinámica.

Se presentan 7 gráficos de los ocho posibles que saldrían de aplicar la teoría de las permutaciones y las combinaciones. La razón para que existan solo siete gráficas es debido a que no se considera la situación en la que la tasa de crecimiento efectiva sea superior a la tasa de crecimiento natural cuando existe pleno empleo.

Los casos 1 y 3 son las únicas situaciones donde no se presenta conflicto. Por ejemplo, en el caso 1, la tasa de crecimiento efectiva o real tiende a caer por debajo de la tasa de crecimiento de la población o de pleno empleo y también se encuentra por debajo de la tasa de crecimiento garantizada. Por lo tanto, si esta situación tiende a corregirse a través de políticas expansionistas, entonces la economía experimentará incrementos en el empleo y tendrá efectos positivos sobre el equilibrio de largo plazo.

El análisis del caso 3 es similar al caso 1, pero con la particularidad de que en el punto inicial existe ya desempleo, es decir la tasa de crecimiento de la población esta muy por encima tanto de la tasa garantizada como de la tasa real de crecimiento. En esta situación es necesario una política económica expansionista para que la tasa real de crecimiento se acerque a la justificada y también a la tasa de pleno empleo.

Contrario a los casos anteriores donde una política expansionista favorece el pleno empleo y el crecimiento equilibrado de largo plazo, el caso dos parte de una situación en la cual ya existe conflicto entre empleo e inflación. La tasa de crecimiento real está por encima de la tasa de crecimiento garantizada pero por debajo de la de pleno empleo. Si se aplican políticas expansionistas se incrementará el empleo pero también habrá presiones inflacionarias de demanda.

En los últimos cuatro gráficos se observa que la tasa de crecimiento garantizada es menor que la tasa de crecimiento natural. Harrod afirma que estas situaciones

corresponden a países en vías de desarrollo que no poseen el ahorro suficiente para financiar el crecimiento de largo plazo o crecimiento natural. Estos cuatro casos son conflictivos porque las medidas expansionistas mantenidas largo tiempo se consideran perjudiciales para el crecimiento equilibrado de largo plazo.

A partir de estos planteamientos, se examina el principio de inestabilidad cuando se involucra el sector externo y la política fiscal en el análisis.

4.1. El Equilibrio Externo y la Tasa Garantizada de Crecimiento.

Para involucrar el comercio exterior Harrod (1939) declara que la ecuación fundamental se tiene que escribir de la siguiente forma:

$$G_y \cdot C = s - b \quad (17)$$

De donde b es el saldo comercial expresado como proporción de la renta. G, C y s han sido definidos previamente. Adicionalmente, en términos de la tasa de crecimiento garantizada se tiene la siguiente ecuación:

$$G_w \cdot Cr = s - b \quad (18)$$

En la ecuación (17) la tasa de crecimiento efectiva de la economía es igual a la relación entre la tasa de ahorro y la relación marginal capital producto menos el saldo comercial, mientras que en la ecuación (18) se hace alusión a la tasa de crecimiento garantizada.

Con base en la ecuación (18), Harrod hace el siguiente análisis: "En un país donde G_w tienda a exceder a G_n , y como consecuencia haya una tendencia crónica a la depresión puede ser beneficioso un valor positivo de b .

Evidentemente, esto tiende a reducir el valor de G_w y podría llevarlo a una mejor relación con G_n (Harrod 1966, pag 119).

Desde luego, en este análisis, Harrod supone que la tasa de crecimiento efectiva es menor que la tasa de crecimiento garantizada y que por ello la economía se encuentra en depresión y a medida que pase el tiempo, este desequilibrio tenderá a reforzarse si no existe un valor positivo de b que tienda a igualar las tasas de crecimiento. No argumenta nada con respecto a la divergencia entre G_w y G_y , a no ser que las suponga equilibradas y por ello deduce la conclusión anterior. Así mismo, tener un valor positivo de b , es la forma como Harrod piensa que podría utilizarse el ahorro externo para generar más crecimiento.

Ahora, el hecho de que se obtenga finalmente el equilibrio entre las diferentes tasas de crecimiento no depende directamente del valor de b , sino del hecho en que la propensión marginal a importar permanezca constante y de que la participación de las exportaciones dentro del ingreso se incremente. Solo así se conseguirá acercar las tasas de crecimiento garantizada y natural. Dicho de otra forma, o mejor como lo expresa Harrod, lo importante no es el saldo en la balanza comercial sino el volumen de exportaciones que a través del tiempo hará que se tenga un valor negativo de b y en consecuencia la tasa de crecimiento garantizada caiga hasta el nivel de la tasa de crecimiento natural (ibid pag 121). Aún no se ha dicho nada con respecto a la tasa de crecimiento efectiva, es decir; que pasa si ésta, está por debajo de G_w y de G_n ?. Es cierto que un valor negativo de b , es decir un saldo positivo en la balanza comercial, reduce la tasa de crecimiento garantizada hacia la natural, pero desde luego ese mismo valor de b , hará que la tasa efectiva de crecimiento se aparte más de las anteriores, a no ser que la caída de G_w sea mucho más rápida que la de G_y , pero eso no lo muestra la ecuación.

Para llegar a esa conclusión Harrod presenta la siguiente ecuación que relaciona el saldo comercial expresado como porcentaje del ingreso y la tasa de crecimiento tanto efectiva como garantizada, esto es:

$$(eG.E + hG.H)/(E+H).C = G_y .C = s \quad (19)$$

$$(eG.E + hG_w.H)/(E+H).Cr = G_w .Cr = s \quad (20)$$

de donde eG es el ritmo de crecimiento de las exportaciones, E es el valor de las exportaciones, hG es el crecimiento de la producción dedicada al mercado interno, H el valor de la producción interna y hGw el ritmo de crecimiento justificado para la producción interior.

De las ecuaciones (19) y (20) se puede establecer que si $eG > hG$ entonces, $eG > G_y$. De igual manera si $eG > hG_w$ entonces, $eG > G_w$ y por lo tanto $G_w > hG_w$. Dicho de otra forma, si el crecimiento de las exportaciones es mayor que el crecimiento de la producción para el mercado interno, entonces, el incremento en las exportaciones será mayor que el incremento en la tasa de crecimiento efectivo total de la economía. Adicionalmente, si el crecimiento de las exportaciones es mayor que el crecimiento justificado de la producción interna, entonces, el crecimiento de las exportaciones será mayor que el crecimiento justificado total de la economía, mientras que este crecimiento justificado total, será desde luego, mayor que el crecimiento justificado de la producción para el mercado interno. Por lo tanto, si la propensión marginal a importar se mantuviera constante, b, que es el saldo de la balanza comercial expresado como porcentaje del ingreso, aumentará a través del tiempo. De esta forma, si la tasa de crecimiento garantizada es mayor que la tasa de crecimiento natural ($G_w > G_n$), entonces, un valor positivo en la balanza comercial tenderá a reducir el crecimiento garantizado total de la economía (ecuación 17), acercándose este valor a la tasa de crecimiento natural.

El análisis anterior es cierto, pero no se ha dicho nada con respecto a la tasa de crecimiento efectiva de la economía (G_y). Parece ser, que Harrod asume en este análisis, una igualdad entre la tasa efectiva y la garantizada y con base en esto

mira la disparidad con la tasa de crecimiento natural. Las preguntas que surgen inmediatamente son: que pasaría si la tasa efectiva de crecimiento está por encima o por debajo de G_w , aún cuando eG sea mayor que G_w y G_y ?, o que pasaría si el saldo en la balanza comercial efectivo difiere del saldo de la balanza comercial garantizado?. En esta parte es necesario profundizar mucho más porque el análisis de Harrod es limitado, y no es que en sus escritos esté implícito. Por ejemplo, no es correcto que se piense en un saldo comercial exclusivamente efectivo (b) y no se piense en un saldo comercial garantizado, cuando de hecho se están analizando divergencias entre las tasa efectiva, garantizada y natural. Ó dicho de otro modo, no es correcto pensar exclusivamente en un crecimiento de las exportaciones efectivas (eG) y que ese crecimiento afecte tanto la tasa efectiva de crecimiento como la garantizada. Sería mejor pensar también en una tasa de crecimiento garantizada de las exportaciones y a partir de esos dos conceptos analizar las diferentes divergencias entre G_y , G_w y G_n . Pero para hacer eso, es necesario desde luego, definir que es o que significaría una tasa de crecimiento garantizada de las exportaciones o, un saldo Garantizado de la balanza comercial.

Pensar en el concepto de unas exportaciones garantizadas implica pensar como lo afirma Harrod en una situación en el cual en el resto del mundo la tasa de crecimiento garantizada sea mayor o menor que la tasa de crecimiento natural. Esta reflexión va acompañada con base en los tres determinantes de la balanza comercial que el propone, a saber: la tasa de crecimiento de la economía del resto del mundo, la ley de los costos comparativos y el ritmo de crecimiento real de las remuneraciones a los factores productivos diferentes a las del beneficio.

De acuerdo con lo anterior, el ritmo de crecimiento de las exportaciones aumentará si el ritmo de crecimiento mundial supera al de la economía local manteniendo lo demás constante, este es el determinante más importante según Harrod de la balanza comercial. Así mismo, si el ritmo de crecimiento per cápita de los productos en los que el país tiene una ventaja comparativa excediese el ritmo de crecimiento total de la renta, entonces el ritmo decrecimiento de las exportaciones aumentará y de esta forma mejorará el saldo en la balanza

comercial. Y, finalmente, si la relación de la remuneración a los factores productivos diferentes al beneficio respecto al ritmo de crecimiento de la producción es menor que uno, entonces, el saldo de la balanza comercial tenderá a crecer. Esta última condición está supeditada a que la tasa de crecimiento garantizada sea menor que el ritmo de crecimiento de la población, caso que será analizado mas adelante.

Pero mas allá de mirar los determinantes que mejoran el saldo en la balanza comercial, es importante analizar la forma como este saldo afecta tanto la tasa de crecimiento garantizada G_w como la tasa de crecimiento efectiva G_y .

Si se observan las ecuaciones (18) y (19), se puede notar que un valor negativo de b disminuye tanto la tasa de crecimiento efectiva como la garantizada. Un valor negativo de b significa que las exportaciones son mayores que las importaciones y por lo tanto el país puede prestarle al resto del mundo. Por el contrario, un valor positivo de b implica un saldo comercial negativo en la balanza de pagos y esto, genera mayores tasas de crecimiento tanto efectiva como garantizada. Esto es coherente con el hecho de que mayor ahorro social genera mayor crecimiento dada una constancia en la relación marginal producto. En otras palabras, el déficit comercial es el ahorro externo que sumado al ahorro interno privado generará mayor crecimiento. Este fenómeno sería favorable a aquellos países que presentan insuficiencia de ahorro interno. Pero, como este ahorro externo puede eliminar los desequilibrios entre la tasa de crecimiento garantizada y efectiva o real?, o dicho de otra forma, como los desequilibrios en la balanza comercial por exceso de exportaciones sobre importaciones, o viceversa, pueden conducir a una igualación en las tasas de crecimiento garantizada y efectiva?.

En el primero y tercero de los siete casos de desequilibrio se observa que G_y es menor que G_w y que G_n , por lo tanto esto implica que la tasa efectiva al ser menor que la garantizada seguirá esa tendencia ampliando dicho desequilibrio y llevando a la economía a una recesión. En consecuencia, es necesario adelantar políticas expansivas para lograr controlar esta recesión. Pero como se está analizando el caso de la balanza comercial, entonces, es necesario un boom

exportador para detener esta caída de la economía. Sin embargo, por las ecuaciones (3) y (4) esto no es coherente, lo que se necesitaría para elevar la tasa de crecimiento efectiva es un mayor ahorro externo, es decir una balanza comercial deficitaria. Obsérvese que el efecto de b opera sobre ambas tasas, la garantizada y la efectiva. En este caso, el boom exportador reduce las dos tasas, pero por la brecha existente entre las dos, este desequilibrio tenderá a reforzarse, es decir, los empresarios sienten que se excedieron en sus planes de producción y por lo tanto los seguirán reduciendo y así sucesivamente, alejándose de la tasa de crecimiento garantizada. Este punto también demuestra que al ser G_w mayor que G_n mayor que G_y , la tasa de ahorro deseada es mayor que la efectiva para mantener una fuerza de trabajo creciente.

En el Segundo caso, se observa que la tasa de crecimiento efectiva es mayor que la garantizada, ambos ritmos de crecimiento finalmente alcanzarán la tasa de crecimiento de la población y es inevitable la inflación. No obstante, como la tasa real no puede sobrepasar el crecimiento de la población, llegará el momento en que G_w sea superior y entonces, será inevitable la recesión, a menos, que como dice Harrod se tomen medidas especiales (Ibid, pag 114). Una de esas medidas es elevar el ritmo de exportaciones o generar superávit en la balanza comercial, o disminuir los impuestos (ibid, pag 142). Desde luego por las ecuaciones 3 y 4, el ritmo de crecimiento real será mucho más bajo al igual que el garantizado, y la brecha se seguirá ampliando. Con esta medida, será aún mayor la recesión. Es decir, los empresarios dejarán de invertir al ver que sus planes de producción no salieron como ellos esperaban.

A pesar de sus afirmaciones, que desde luego son diferentes a lo que se observa en las ecuaciones 3 y 4 donde se hace explícito como la balanza comercial afecta la tasa real y garantizada, Harrod ve la posibilidad de evitar la crisis. El argumenta que si las nuevas exportaciones proceden de sectores donde su progreso tecnológico es mayor que el promedio de la economía se elevaría la tasa natural; mientras que si estas exportaciones tienen una intensidad de capital superior al promedio de la intensidad de la economía, entonces la tasa de crecimiento garantizada caerá, acercándola poco a poco a la tasa de crecimiento

natural. De esta forma, dice Harrod sería menos la reducción de impuestos aplicable para fomentar el crecimiento real (ibid, pag 142). Nuevamente, esto va en contra vía de generar un mayor ahorro social para generar mayor crecimiento, es decir, que el sector público eleve su ahorro y haya un déficit comercial para acceder al ahorro externo. No se esperaría que una disminución de los impuestos, a no ser que el gasto público cayera mucho mas, elevará el ahorro público. Y justamente, en economías en las cuales el ritmo de crecimiento es bajo y se presenta desempleo, es necesario mayor gasto público y mayor ritmo de crecimiento de las exportaciones. Harrod indudablemente tiene razón en las medidas para fomentar el crecimiento económico, es decir mayores exportaciones, menores impuestos, en fin, políticas expansivas, pero desde luego, el marco de análisis basado en las ecuaciones 3 y 4 no es el apropiado para validar sus afirmaciones.

4.2. La Ecuación de Harrod Ampliada con Sector Público y Sector Externo.

Se muestran las ecuaciones 3 y 4 ampliadas con el sector externo y con el sector público para refutar Las afirmaciones⁵ en las que se sostiene que una política fiscal expansiva o un boom exportador puede contribuir a sacar a la economía de la recesión.

$$G_y \cdot C = s - (g-t) - (x-m) \quad (21)$$

$$G_w \cdot Cr = s - (g-t) - (x-m) \quad (22)$$

(g-t) es el déficit fiscal, g es el gasto y t los impuestos como proporción del PIB respectivamente y (x-m) es la balanza comercial, x son las exportaciones y m son las importaciones como proporción del PIB respectivamente. Las demás variables ya han sido definidas anteriormente.

⁵ Partiendo de la condición de equilibrio macroeconómico se tiene: $S = I + (G-T) + (X-M)$. Y suponiendo que $S=sY$ y que $I = C \cdot \Delta Y$ y reordenando y dividiendo todas las variables por Y se llega a $\Delta Y/Y = (s - (g-t) - (x-m))/C$ o también $G \cdot C = s - (g-t) - (x-m)$, siendo $G = \Delta Y/Y$.

En las ecuaciones 7 y 8 se demuestra que un mayor déficit fiscal y un saldo positivo en la balanza comercial disminuyen tanto la tasa de crecimiento real como la garantizada, mientras que un superávit del sector público y un saldo negativo en la balanza comercial tienen efectos positivos sobre el crecimiento. Finalmente, lo que muestran esas ecuaciones 7 y 8 es que el crecimiento está determinado por el ahorro privado (s), el ahorro público (t-g) y el ahorro externo (m-x). Es un modelo de crecimiento determinado por la acumulación, mayor ahorro entonces mayor crecimiento. Así mismo está determinado por la relación marginal capital producto (Cr). Entre más pequeña sea Cr , habrá mayor crecimiento. Si esto es así, entonces, por qué Harrod plantea que mayores exportaciones y menores impuestos son un remedio para el estancamiento?

Los cuatro casos restantes corresponden según los gráficos a aquellas situaciones en el ritmo de crecimiento de la tasa de crecimiento garantizada es menor que el ritmo de crecimiento natural, es decir no hay ahorro suficiente para alcanzar un crecimiento natural. Harrod le da más importancia a este hecho más que a la divergencia entre la tasa de crecimiento real y la justificada.

En el caso 6 por ejemplo, si bien es cierto que no hay ahorro suficiente para llevar a la economía al pleno, también es cierto que la tasa de crecimiento real está por encima de la garantizada, en consecuencia, se esperaría que los empresarios realizaran más inversiones y por lo tanto para el siguiente periodo la tasa de crecimiento real será mucho más alta que la justificada, de este modo tendería a ocuparse una cantidad de mano de obra mayor, aún cuando no se alcance el pleno empleo. Justamente en este caso, un boom exportador o un mayor déficit fiscal deberían acelerar el crecimiento, pero nuevamente, por las ecuaciones 7 y 8 esto haría caer la tasa de crecimiento tanto garantizada como real.

En estos cuatro casos, Harrod afirma que el crecimiento de largo plazo no es posible por la insuficiencia de ahorro. Esta insuficiencia de ahorro podría ser cubierta con ahorro externo, pero en este caso se esperaría un déficit comercial, contrario al efecto del boom exportador.

Las ambigüedades de Harrod son claras cuando pretende argumentar que el ahorro social (ahorro privado mas ahorro público mas ahorro externo) es el motor de crecimiento si se mantiene una relación capital producto constante o alternativamente, si se mantiene constante la productividad marginal del capital, frente al argumento que un boom exportador o una disminución de impuestos generan crecimiento (ibid, pag 143).

Se creería que el comportamiento de las economías cumplen uno de estos últimos cuatro casos. En realidad, se puede esperar que las economías nunca alcancen el pleno empleo aún en el largo plazo como lo afirman los neockalekcianos y poskeynesianos, pero no porque no exista el ahorro suficiente, sino más bien porque la demanda interna juega un papel muy importante en la determinación del crecimiento. Es evidente que los países en vías de desarrollo no crecen justamente porque tienen insuficiencia de demanda y a este problema se le suma las altas tasas de desempleo.

4.3. Expectativas y el Principio de Inestabilidad.

Harrod (1973 pag 50,51) argumentaba que la tasa de crecimiento garantizada tenía implícito que " sólo se producirían perturbaciones cuando existan, como promedio global, errores de cálculo de magnitud considerable, por exceso o por defecto, sobre el futuro incierto. Si no hay desviaciones de ese tipo, G_w se puede mantener a satisfacción de todos ". Este argumento de Harrod pretendía explicar parte del principio de inestabilidad que se analizó en páginas anteriores.

De igual manera, Harrod explicaba que el crecimiento podría ser inestable porque " estaría también expuesto a fuerzas centrífugas debidas a un considerable error medio de cálculo, dada la incertidumbre del futuro. Si el error cayera del lado del pesimismo, se produciría una nueva ola de recesiones progresivas....si el error de cálculo cayera del lado del optimismo, todo estaría listo para el relanzamiento progresivo ".

De las anteriores ideas se desprende el hecho de que si los empresarios son optimistas invertirán y seguirán invirtiendo. Este comportamiento debería implicar que la tasa de crecimiento efectiva debiera ser superior a la tasa de crecimiento garantizada y por lo tanto el desequilibrio tendería a reforzarse, encontrando límite en la tasa de crecimiento natural. Pasaría lo contrario si los empresarios son pesimistas, en ese caso se debe pensar en que la tasa de crecimiento garantizada es superior a la efectiva y de esa manera el desequilibrio tendería a reforzarse.

Las anteriores consideraciones muestran que el modelo de Harrod conduce a situaciones muy dramáticas en la economía, siendo esta una de las críticas más fuertes al modelo por parte de la comunidad académica. Creo que esta es una de las razones por las cuales este modelo se ha olvidado en la literatura reciente sobre crecimiento. No obstante las consideraciones sobre el optimismo y el pesimismo de los agentes, o las consideraciones sobre el error de cálculo dada la incertidumbre sobre el futuro, es posible pensar en que los agentes definitivamente si corrigen sus errores de cálculo y que por lo tanto pueden pasar de periodos de pesimismo a periodos de optimismo o a la inversa. De hecho los agentes podrán seguir cometiendo errores de cálculo, pero se esperaría que no cometiesen el mismo error siempre. Si esto se cumple, entonces en el largo plazo los agentes en promedio tenderán a corregir sus errores y por lo tanto la tasa de crecimiento garantizada tenderá a ser igual a la tasa de crecimiento efectiva. Estas ideas se pueden plantear formalmente de la siguiente forma:

Sea la tasa de crecimiento observada

$$G_y = \frac{s}{C} \quad (23)$$

Y sea la tasa de crecimiento garantizada de Harrod

$$G_w = \frac{s}{Cr} \quad (24)$$

Entonces, la tasa de crecimiento observada igualará la tasa de crecimiento garantizada en el largo plazo si los errores de cálculo se corrigen, es decir, que en el largo plazo G_y debe ser igual a G_w , o formalmente se tiene que:

$$G_y = G_w \quad (25)$$

De igual manera se puede plantear este mismo resultado a la luz de un modelo de expectativas de la siguiente manera:

$$G_{y_{t+1}} = G_{y_t} + \lambda(G_{y_t} - G_w) \quad (26)$$

De donde $G_{y_{t+1}}$ es la tasa de crecimiento en el próximo periodo, G_{y_t} es la tasa de crecimiento en este periodo, λ es la velocidad de ajuste de las expectativas y $(G_{y_t} - G_w)$ es el error de cálculo de los agentes respecto a la tasa de crecimiento observada. Si realmente los agentes son racionales como se espera, entonces la velocidad de ajuste tiende a ser igual a 1 y si no existen errores de cálculo, entonces la tasa de crecimiento del próximo periodo será igual a la de este periodo, que es lo que se esperaría en un modelo de crecimiento de largo plazo, es decir, que periodo tras periodo la tasa de crecimiento sea la misma para garantizar un crecimiento sostenido de largo plazo. Como se observó en el cuadro 6. por ejemplo, la tasa de crecimiento real en 30 años para Colombia fue de 4,5% mientras que la garantizada o esperada fue de 4,4%, es decir que hubo un error de apenas el 0,1%. Esto implica que los agentes van corrigiendo sus errores a través del tiempo de tal manera que el error promedio de cálculo en el largo plazo tiende a cero. Igual comportamiento puede observarse por países y por regiones, la tasa de crecimiento garantizada tiende a coincidir con la tasa real de crecimiento.

Igual análisis puede realizarse si se plantea la ecuación siguiente donde la tasa de crecimiento garantizada del próximo periodo sea igual a la tasa de crecimiento garantizada de este periodo mas un error de cálculo. Formalmente quedaría:

$$G_{w,t+1} = G_{w,t} + \lambda(Gy_t - G_{w,t}) \quad (27)$$

Obsérvese que la tasa de crecimiento esperada o garantizada de Harrod será la misma para el próximo periodo si el error de cálculo de los agentes es igual a cero.

4.4. La heterodoxia de Harrod.

A los enfoques que tratan de explicar el problema básico del crecimiento con base en los componentes de la demanda agregada que se les ha llamado la teoría heterodoxa del crecimiento económico. Estos enfoques son propios de los planteamientos poskeynesianos y neokaleckianos. En la literatura económica, el modelo de Harrod siempre se ha considerado un modelo de crecimiento poskeynesiano porque tiene algunos elementos de la teoría keynesiana. El mismo Harrod(1939) planteó que la tasa de crecimiento de la economía podía estar influenciada por los componentes de la demanda agregada, es decir, el sector gobierno, el sector privado en forma de la inversión y consumo autónomos y el sector externo.

Las anteriores consideraciones aún no han sido desarrolladas, sobre todo el hecho de que el problema de inestabilidad podría resolverse cuando la tasa de crecimiento garantizada estuviera influenciada por variables de demanda como el gasto público, la inversión autónoma o las mismas exportaciones netas (Harrod 1939. pgs 226-74). Harrod (1933) propuso explícitamente una relación entre crecimiento de la economía y las exportaciones, y mas aún, hizo referencia al comportamiento de los flujos de capital (oro) como causa de los movimientos en la tasa de interés y por ende en la relación marginal capital producto y con ello, sobre el crecimiento de la economía (Harrod 1933, pg 135-137).

En síntesis, Harrod plantea en su libro "Hacia una Economía Dinámica" (1966) las posibilidades de que las economías crezcan a partir de un boom exportador y de la política anticíclica reflejada en mayores gastos del gobierno o una disminución de los impuestos. Desde luego, como se mostró en el apartado 6. en el cual, a los teoremas se les adiciona el sector externo y público, no es claro como el boom exportador o menores impuestos o mayor gasto público pueden generar mayor crecimiento.

En la solución al principio de inestabilidad Harrod plantea que si la tasa de crecimiento efectiva es mayor que la garantizada, ambos ritmos de crecimiento finalmente alcanzarán la tasa de crecimiento de la población y es inevitable la inflación. No obstante, como la tasa real no puede sobrepasar el crecimiento de la población, llegará el momento en que G_w sea superior y entonces, será inevitable la recesión, a menos, que como dice Harrod se tomen medidas especiales (Ibid, pag 114). Una de esas medidas es elevar el ritmo de exportaciones o generar superávit en la balanza comercial, o disminuir los impuestos (ibid, pag 142). Desde luego por las ecuaciones 17 y 18, el ritmo de crecimiento real será mucho más bajo al igual que el garantizado, y la brecha se seguirá ampliando. Con esta medida, será aún mayor la recesión. Es decir, los empresarios dejarán de invertir al ver que sus planes de producción no salieron como ellos esperaban.

En síntesis, las ambigüedades de Harrod son claras cuando pretende argumentar que el ahorro social (ahorro privado mas ahorro público mas ahorro externo) es el motor de crecimiento si se mantiene una relación capital producto constante o alternativamente, si se mantiene constante la productividad marginal del capital, frente al argumento que un boom exportador o una disminución de impuestos generan crecimiento (ibid, pag 143).

Las anteriores consideraciones de ambigüedad de Harrod pueden ser resueltas a través del modelo de expectativas como el representado en la ecuación 26 cuya formalización es:

$$G_{w,t+1} = G_{w,t} + \lambda(G_{y,t} - G_{w,t})$$

En esta ecuación se puede analizar cualquier tipo de desequilibrio de los que propone Harrod. Por ejemplo, supongamos que la tasa de crecimiento observada G_y está por encima de la tasa de crecimiento garantizada G_w , es decir existe un error de cálculo. Bajo las consideraciones de Harrod esto implicaría que los empresarios tenderían a invertir mas para el próximo periodo y por lo tanto se aumentaría la brecha entre la tasa de crecimiento observada y la garantizada y así sucesivamente. Desde luego, bajo este modelo, se supone que los agentes corrigen su error y que en algún momento la tasa esperada de crecimiento superara la observada y de esta forma las dos tasas tenderán a igualarse a través del tiempo. Se esperaría que el error de cálculo tendiera a cero. Efectivamente esto parece ser lo que sucede al observar los datos anteriormente relacionados. En muchos de los periodos analizados y mayores a 15 años la tasa de crecimiento garantizada tiende a igualar la tasa de crecimiento real. La inquietud que surge ahora, es saber cuales son los factores que inciden sobre la tasa de crecimiento garantizada para que los agentes tiendan a eliminar sus errores de cálculo y poco a poco, en periodos relativamente largos, la tasa de crecimiento garantizada para el siguiente periodo sea igual a la del periodo actual como se muestra en la ecuación.

En este sentido, Harrod plateó que las variables de demanda podrían incidir sobre la tasa de crecimiento garantizada y de esta manera podría eliminarse el problema de inestabilidad. Esto es justamente lo que se va a plantear a continuación.

Se recordará que la tasa garantizada $G_w = s/C_r + a$ es igual a la tasa de crecimiento real G_y mas la tasa de crecimiento inesperada tal como se presenta en un modelo de expectativas, es decir:

$$G_w = G_y + G_{y \text{ ine}} \quad (28)$$

De donde $G_{y \text{ ine}}$ es la tasa de crecimiento inesperada. Ahora, si se plantea que la tasa de crecimiento real G_y dependiera de variables de demanda, entonces la

tasa de crecimiento garantizada también estaría en función de esas variables más $G_{y \text{ ine}}$.

Si se toma como base un modelo IS-LM- BP⁶, entonces, el modelo reducido es el expuesto por McCallum (1996, pag 122).p, pero en el cual se asume que tanto las exportaciones como las importaciones son exógenas y además hay restricción en los flujos de capital en la economía. Este modelo queda de la siguiente forma representado solo en una ecuación que recoge el equilibrio en el mercado monetario, mercado de bienes y el equilibrio en la balanza de pagos:

$$Y = b_0 + b_1 G + b_2 m + b_3 X + b_4 M + e \quad (29)$$

En donde G es el gasto del gobierno, m es la cantidad de dinero en términos reales, X son las exportaciones, M son las importaciones, e es el error y los parámetros y coeficientes de las variables b_0 , b_1 , b_2 , b_3 son mayores que cero y b_4 es menor que cero. Estos coeficientes representan los multiplicadores tradicionales de política fiscal y monetaria. La variables están expresadas en logaritmos. Por lo tanto, la variación de Y es el crecimiento de la renta que en términos de la ecuación de Harrod será la tasa de crecimiento G_y . Así, la tasa de crecimiento garantizada G_w que es igual a la real mas la inesperada, como se mostró anteriormente, quedará determinada por las variables de demanda.

4.4.1. Determinantes de la tasa de crecimiento garantizada (G_w).

Los resultados de la estimación de la tasa de crecimiento garantizada se presentan en el cuadro 16. en el cual se observa que las variables de demanda determinan la tasa de crecimiento garantizada o esperada de Harrod.

⁶ Es el modelo tradicional del mercado de bienes, mercado monetario y el equilibrio en la balanza de pagos.

Cuadro 10.
La demanda como determinante de la tasa de crecimiento garantizada de
Harrod.
Variables en logaritmos 1970-1996

	EC. No.	VAR DEP	INDEP C	LGc	LGg	LGi	LGx	R²
88 Países	No. 1	LGw	3,52	0,28	0,1	0,09	0,15	0,65
	Est T.		36,1	12,4	6,39	5,66	8,92	
OCDE	No. 3	LGw	3,79	0,24	0,09	0,2	0,22	0,72
27 países	Est T.		23,3	7,63	3,54	9,6	8,68	
Sur A.	No.5	LGw	3,23	0,24	0,98	0,11	0,16	0,65
11 países	Est T.		23,8	7,86	3,5	4,93	6,61	
Asia	No.7	LGw	3,11	0,14	0,25	-0,02	0,14	0,78
10 países	Est T.		10,1	1,66	4,31	-0,43	2,11	
Africa	No.9	LGw	2,91	0,31	0,17	-0,21	0,18	0,76
24 Países	Est T.		6,51	2,79	1,93	-2,07	2,43	

NOTA:
Est T= estadístico T
Todas las variables son Significativa al
99%.

Los resultados del cuadro 16 muestran que la tasa de crecimiento garantizada está determinada por las variables de demanda expresadas en el logaritmo de las tasas de crecimiento del consumo, del gasto público, del gasto de inversión y de las exportaciones. Se observa que para los 88 países de la muestra, la tasa garantizada de crecimiento está determinada en un 65% por el consumo, el gasto público, la inversión y las exportaciones. Estos resultados son consistentes con los planteamientos de Harrod. Se recordará que Harrod (1939) argumentaba que la tasa de crecimiento garantizada de la economía podía estar influenciada por los tres componentes principales de la demanda efectiva, es decir, el sector gobierno, el sector privado en forma de la inversión y consumo autónomos y el sector externo.

Los resultados también muestran que en los países de la OCDE y Sur América las variables de demanda explican la tasa de crecimiento garantizada en un 72%

y 65% respectivamente. En Asia y África las variables de demanda excepto la inversión explican la tasa de crecimiento garantizada en un 78% y 76% respectivamente. En Asia la inversión no es significativa para explicar el teorema de Harrod, mientras que en África, esta variable de inversión es significativa al 99% y está correlacionada inversamente con la tasa garantizada. Me parece que este es un buen punto para analizar mas de cerca la tasa de crecimiento de los países africanos.

Lo interesante del resultado es que un mayor gasto público al igual que mayores exportaciones incrementan la tasa de crecimiento Garantizada. Este es un resultado contrario al que plantea Harrod para eliminar el principio de inestabilidad. Harrod asegura que mayor déficit o un boom exportador disminuyen la tasa de crecimiento garantizada acercándola, o mejor reduciéndola a la tasa de crecimiento natural cuando está por encima de ella. De acuerdo con los resultados, mayor déficit fiscal a través de mayor gasto y mayor saldo positivo en la balanza comercial incrementan la tasa de crecimiento garantizada. Así, si la tasa de crecimiento real u observada estuviera por encima de la tasa de crecimiento garantizada, el mayor déficit fiscal o mayores exportaciones o una política monetaria mas laxa acercaría a esta tasa garantizada hacia la efectiva. Pero de acuerdo al principio de inestabilidad, la tasa de crecimiento efectiva tendería a ser mayor que la garantizada ampliándose el desequilibrio. No obstante, de acuerdo a nuestro modelo de expectativas relacionado en paginas anteriores, se esperaría que los agentes económicos fueran muy optimistas con la política económica y por lo tanto llegaría el momento en que sus expectativas propendieran por una tasa de crecimiento esperada mayor que la esperada corrigiendo sus errores de tal manera que en el largo plazo, ambas tasas tiendan a coincidir. Este parece ser un análisis acertado si se observan los resultados en diferentes periodos para la economía mundial en el que el error de cálculo es apenas del orden del 0,1% para los 88 países de la muestra y para los países de la OCDE, de 0,2% para Asia, Centro y sur América y del 3% para África.

5. CONCLUSIONES.

Después de analizar el pensamiento teórico de Harrod sobre crecimiento económico, se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- Los teoremas fundamentales de Harrod parecen ser leyes del crecimiento económico. Al hacerse una pequeña modificación incluyéndose explícitamente el cambio técnico, los resultados muestran que la tasa de crecimiento garantizada de Harrod tienden a coincidir con la tasa de crecimiento real con apenas un margen de error del 0,2% para el total de países analizados, Asia y Sur América, con un 0.1% para los países de la OCDE, con un 0.4 para África y con 0,1% para la economía colombiana.
- La tasa de ahorro no determina la tasa de crecimiento, así, pueden coexistir altas tasas de ahorro con bajas tasas de crecimiento de la economía o bajas tasas de ahorro con altas tasas de crecimiento de la economía.
- La relación marginal capital producto es la variable que determina la tasa de crecimiento de la economía junto con la tasa de crecimiento de las importaciones. Se mostró que una baja relación marginal capital producto es compatible con altas tasas de crecimiento y a la inversa. Así mismo, la tasa de crecimiento de las importaciones se relaciona positivamente con la tasa de crecimiento de la economía, tanto a nivel de toda la muestra como regionalmente.
- La relación marginal capital producto está determinada por el cambio en la tasa de crecimiento de las importaciones las cuales inciden sobre la utilización de la maquinaria. Si se reducen las importaciones de materias primas, entonces se eleva la relación marginal capital producto y a la inversa.
- Se muestra que el modelo modificado de Harrod explica mejor la tasa de crecimiento de la economía que la sola relación entre crecimiento e inversión como lo plantea Thirlwall y Hussein.
- Existe una ambigüedad en el análisis de Harrod sobre los determinantes de la tasa de crecimiento garantizada y observada para eliminar el

problema de inestabilidad. Ni el déficit fiscal ni un saldo positivo en la balanza comercial tenderán a igualar las tasas de crecimiento. El marco de análisis que utiliza, es decir, sus teoremas fundamentales incluyendo el déficit y la balanza comercial son inapropiados para eliminar el problema de inestabilidad.

- Al formalizar el principio de inestabilidad en un modelo de expectativas, se muestra que las conclusiones dramáticas a las que llegaba el modelo de Harrod se eliminan porque los agentes son racionales y van corrigiendo sus errores en el tiempo. Por lo tanto, y como los resultados lo muestran, la tasa de crecimiento real tiende a coincidir con la tasa de crecimiento garantizada.
- Finalmente, la tasa de crecimiento garantizada está determinada por variables de demanda como el gasto público, el consumo, la inversión y las exportaciones tal y como lo había planteado Harrod. Estas variables hacen que los agentes tengan expectativas sobre la tasa de crecimiento esperada y sean, optimistas o pesimistas, tenderán a eliminar las diferencias entre esta tasa y la real, eliminando de esa manera el principio de inestabilidad. En consecuencia, si la demanda juega un papel fundamental en la determinación de la tasa de crecimiento garantizada, entonces se hace indispensable la política económica.

BIBLIOGRAFIA.

- Aghion P., Banerjee A. y Piketty T. (1999). "Dualism and Macroeconomic Volatility". Quarterly Journals of Economics.
- Barbosa-Filho N. (2001). "Effective Demand and Growth in a One-sector Keynesian Model". Center for Economic Policy Analysis.
- Berthomieu C. y Thikhonencko A. Either Adjustment nor Growth for Russia en the 90ies. A critical evaluation based on the IMF-World Bank Integrated Model". CEMAFI. Université de Nice – Sophia Antipolis
- Boettke P., Coiné C. y Lesson P. (2003). The indigeneous Path to Progress : Institutional Stickiness and the Failure of Development Economics"
- Bouccekine, Licandro, Puch y Del Rio. (2002). " Vintage Capital and the Dinamics of the AK Model. European University Institute. Department of Economics.
- Comendatore, D'Acunto, Panico y Pinto A. (2001). "Keynesian Theories of Growth". Paper.
- Easterly W. (1997). "The Gost of Financing Gap: How the Harrod_Domar Growth Model Still Haunts Development Economics". World Bank.
- - (1999). "the gost of financing Gap: Testing the growth models used in the Internal Financial Institutions". Journal of Development Economics.
- Ertürk Korkut. (2001). "Reconstructing Heterodox Theory of Growth: Harrod, Kaldor cum Schumpeter". Department of Economis. Universidad of Utha.
- Dixit A. K (1987). "La Teoría del Crecimiento Equilibrado". Fondo de Cultura Económica.
- Domar E. "Expansión y Crecimiento" en Economía del Crecimiento de Amartya Sen. Fondo de Cultura Económica. 1989.
- Dutt. A. (2001). "New Growth Theory: Effective Demand, and Postkeynesian Dinamics. Department of Economic. University of Notre Dame. Notre Dame , IN 46556. USA.
- George D. Oxley L y Carlaw K. 2003. "Economic Growth in Transition". University of Edinburgh.
- Grabowski R. y Shields M. (2000). "A Dynamic, Keynesian Model of Development". Journal of Economic Development. Vol 25, No. 1.

- Harrod R. F. “La Teoría Dinámica” en Economía del
- Harrod R. F. (1966) “Hacia una Economía Dinámica”. Editorial Tecnos, S.A
- Harrod R. F. (1979) “Dinámica Económica”. Alianza Editorial.
- Harrod R. F. (1933) “International Economics”. London: Macmillan.
- Hicks J. (1985). “Methods of Dynamic Economics” Oxford University Press.
- Hussein K. y Thirlwall A. (2000). “The AK model of New growth theory is the Harrod-Domar growth equation: investment and growth revisited” en Journal of post Keynesian Economics. Vol 22 No. 3.
- Jones. Ch. (2001). Was an Industrial Revolution Inevitable? Economic Growth Over the Very Long Run”. En Advances On Macroeconomics Vol 1 No. 2.
- Jones H. (1988). “ Introducción a las Teorías Modernas del Crecimiento Económico”. Antoni Bosch, Editor.
- Jones. Ch. (2001). Was an Industrial Revolution Inevitable? Economic Growth Over the Very Long Run”. En Advances On Macroeconomics Vol 1 No. 2.
- Kaldor N. “Un Modelo de Distribución” en Economía del.....
- ----- . La Productividad Marginal y las Teorías Macroeconómicas de la Distribución” en ” en Capital y Crecimiento de G. Harcourt y Laing. Fondo de Cultura Económica. 1977.
- Kalecki M. (1976). “Economía Socialista y Mixta”. Fondo de Cultura Económica.
- Kotlikoff L. (1998) “ The AK Model- Its Past, Present, and Future. National Bureau Of Economic Research. Cambridge.
- Laramie A. y Mair Douglas. (2002). “ The Effects of the Taxation in a Kaleckian Model”. Paper sobre las nuevas y viejas teorías del Crecimiento en Pisa.
- Li, C. W. (2000). “Endogenous v. Semi-Endogenous Growth in a Two-R&I-Sector Model. Economic Journal, 110.
- Mead J. “El Resultado del Proceso Pasinetti” en Capital y

- Melhum H. (2004). "A Note on Ramsey, Harrod – Domar, Solow and a Closed Form Saddle Path". Department of Economics, University of Oslo P.O.
- Panico C. (2002). "Old and New Growth Theories: What Role for Aggregate Demand?".
- Prescott E. (1997). "A Theory of total factor Productivity". Federal Reserve Bank of Minneapolis.
- Palumbo y Trezzini. (2001). "Growth Without Normal Capacity Utilisation. Paper sobre las nuevas y viejas teorías del Crecimiento en Pisa.
- Pasinetti L. "Beneficio y crecimiento" en Economía del.....
- Ranaweera T. (2003). "Foreign Aid, Conditionality and Ghost of the Financing Gap: A Forgotten Aspect of the Aid Debate". World Bank Policy Research Working Paper 3019.
- Robinson J. "Un Modelo de Acumulación" en Economía del.....
- Romer P. (1990). "Endogenous Technological Change". En Journal of Political Economic. Vol 98 No. 5
- Sen A. "Interés, Inversión y Crecimiento" en Economía del.....
- Solow R. "Un Modelo de Crecimiento" en Economía del
- Solow R. 2001. "What have learned from a decade of empirical research on Growth?: Applying Growth Theory Across Countries". The World Bank Economic Review, Vol. 15, No. 2.
- Thirlwall A. P. (2001) "The Relation Between the Warranted growth rate, the Natural Rate, and the Balance of Payments Equilibrium Growth Rate" en Journal of Post Keynesian Economic. Vol 24 No 1 81.
- Thirlwall A. P. (1979) "Import Penetration, Export Performance and Harrod's Trade Multiplier" en Macroeconomics issues from a Keynesian Perspective.
- Trigg A. (2002). "Marx's Reproduction Schema and the Multisectoral Foundations of the Domar Growth Model. Faculty of Social Sciences. Walton Hall. Milton Keynes. U. K.
- Tripathy R. (2003). "Macro- models for Poverty Reduction Policies: Comparison of Key Features. Brettonwoods Project.

- United Nations Economic Comisi3n for Europe. (2000). "Financin Growth and Developmente in the Transition Economies: The Role of Domestic Savings. Economic Analysis Division, UN/ECE.